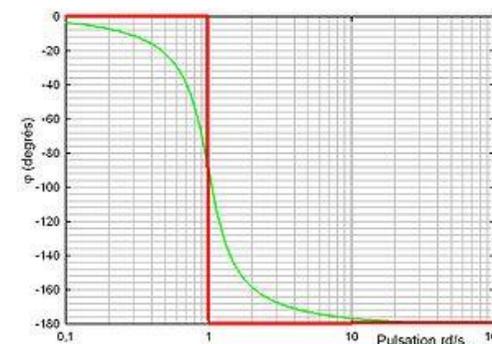
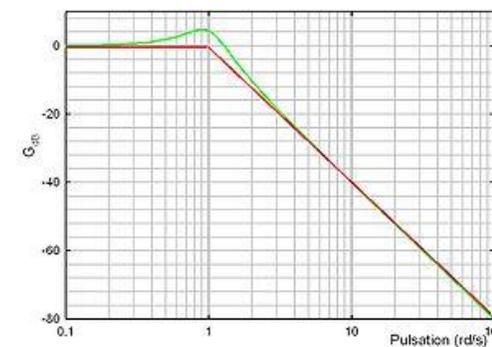
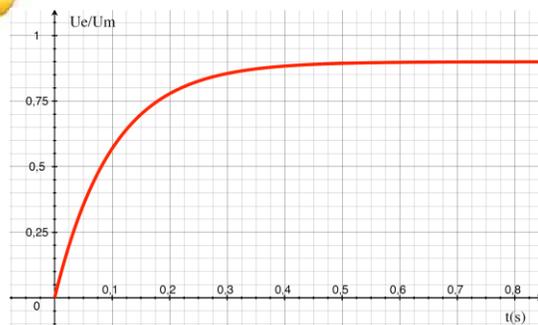
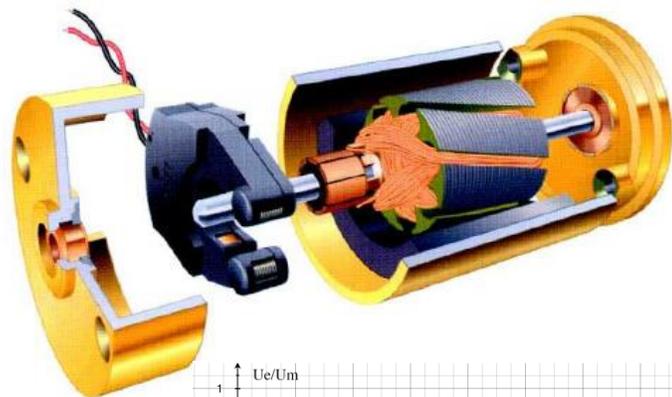
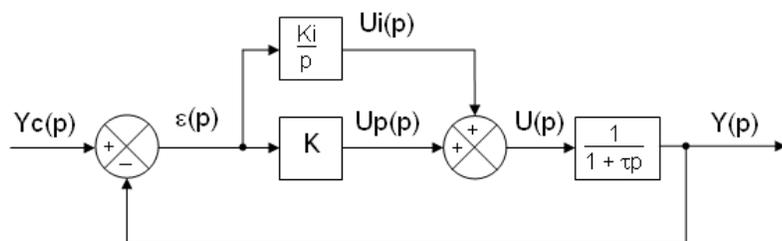


Précision & Stabilité



Précision & Stabilité

Compétences attendues :

- ✓ Vérifier la cohérence du modèle choisi en confrontant les résultats analytiques et/ou numériques aux résultats expérimentaux.
- ✓ Proposer une démarche permettant d'évaluer les performances des systèmes asservis.
- ✓ Déterminer les performances d'un système asservi.

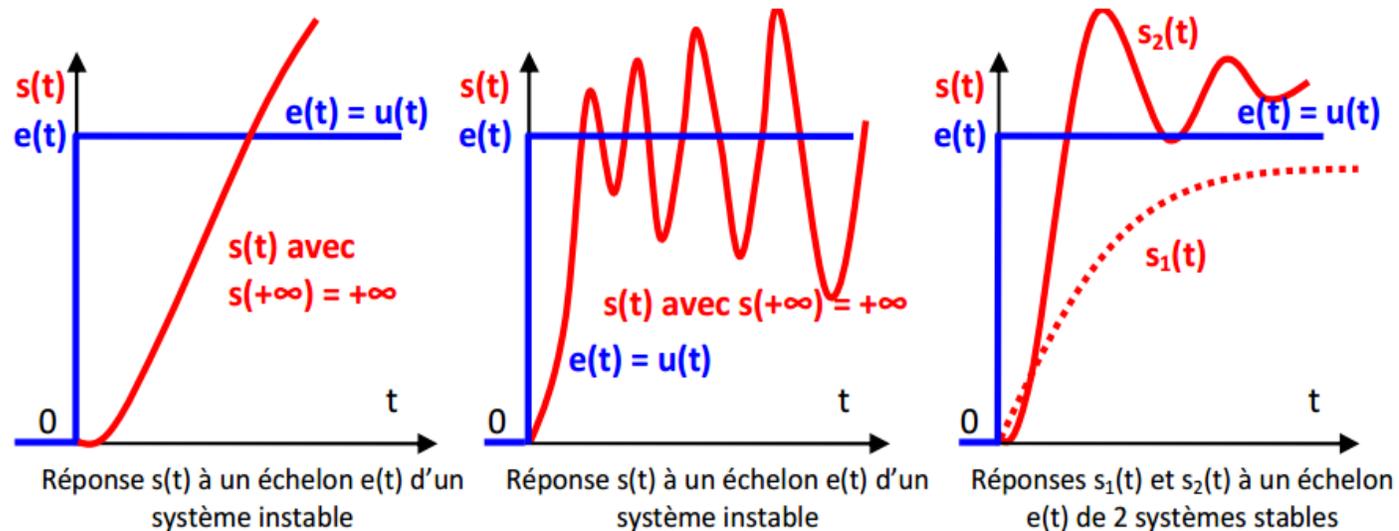
SLCI

Rappels : Qualités d'un asservissement

La stabilité → Variations autour de la réponse attendue.

Système stable → en position d'équilibre → soumis à un Dirac → revient à cette même position d'équilibre stable.

Système stable → Entrée bornée → Sortie bornée.



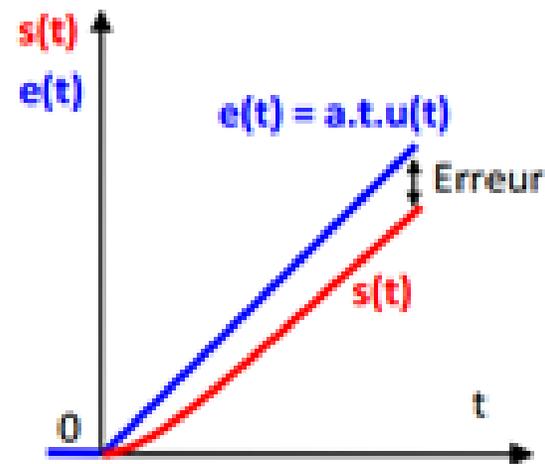
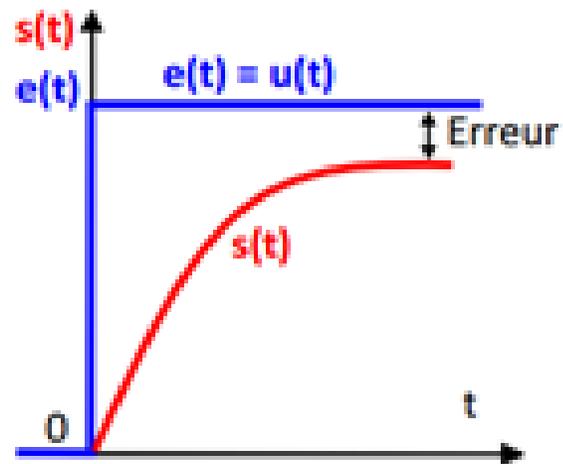
SLCI

Rappels : Qualités d'un asservissement

La précision → Différence entre la consigne imposée et la réponse obtenue.

Systeme **précis** → **Différence entre la réponse attendue et la consigne imposée** → aussi petite que l'on veut.

Ecart en sortie de comparateur → bon indicateur.

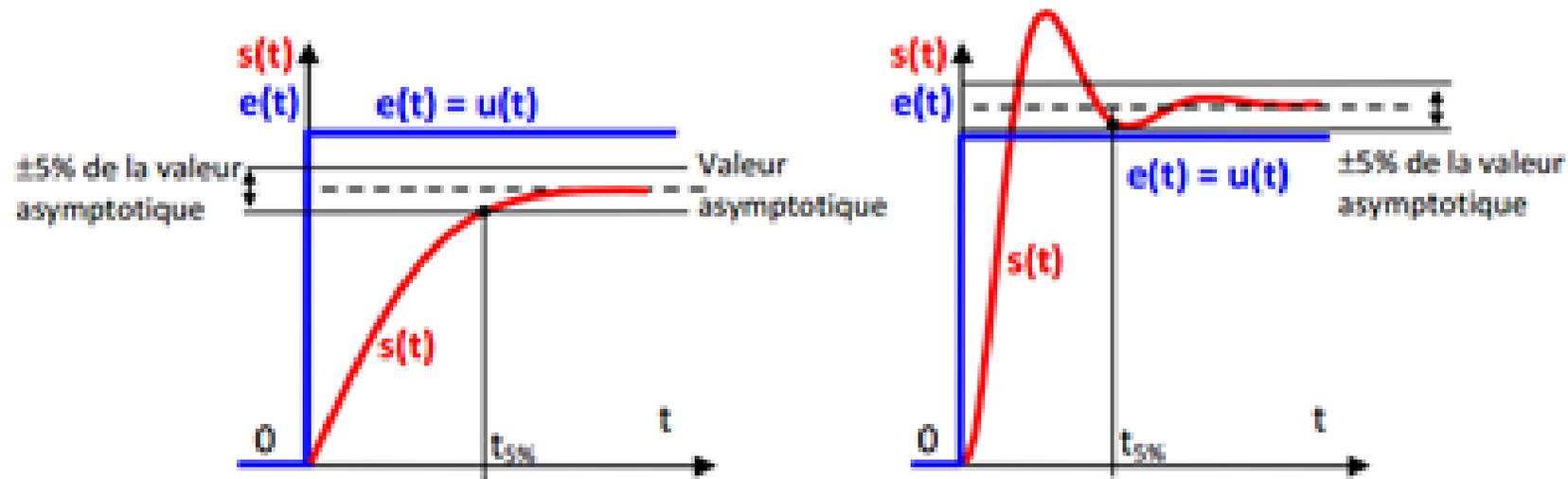


SLCI

Rappels : Qualités d'un asservissement

La rapidité → mesurée par le temps de réponse à 5%.

La rapidité → évaluée à partir de la pulsation propre (= plage de fréquence sur laquelle le système peut être assimilé à un gain pur).



SLCI

Rappels : Qualités d'un asservissement

L'amortissement → Capacité à atteindre rapidement et avec un minimum d'oscillations la valeur finale.

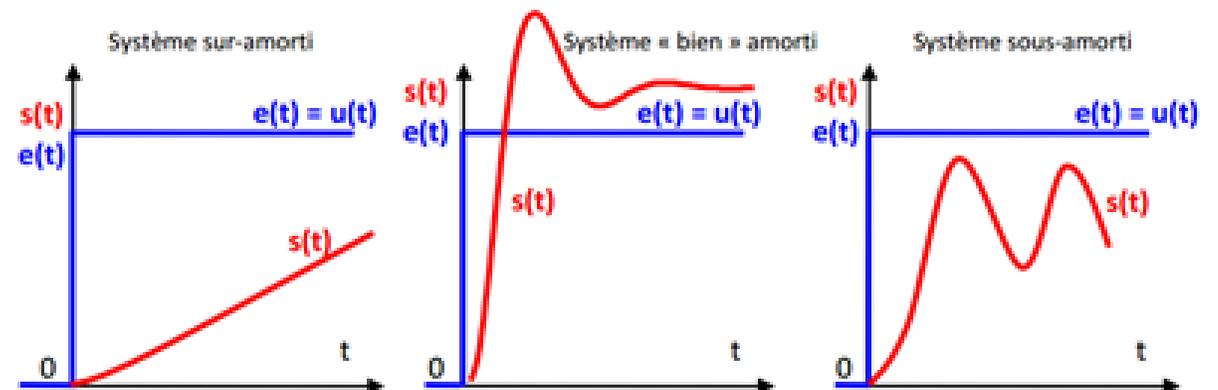
L'amortissement → Valeur (en % de la valeur finale) du premier dépassement de la réponse indicielle.

→ Dépend du coefficient d'amortissement (2nd ordre) :

$z = 1$: meilleur temps de réponse sans dépassement en temporel

$z = 0.69$: meilleurs $tr_{5\%}$ avec dépassement en temporel

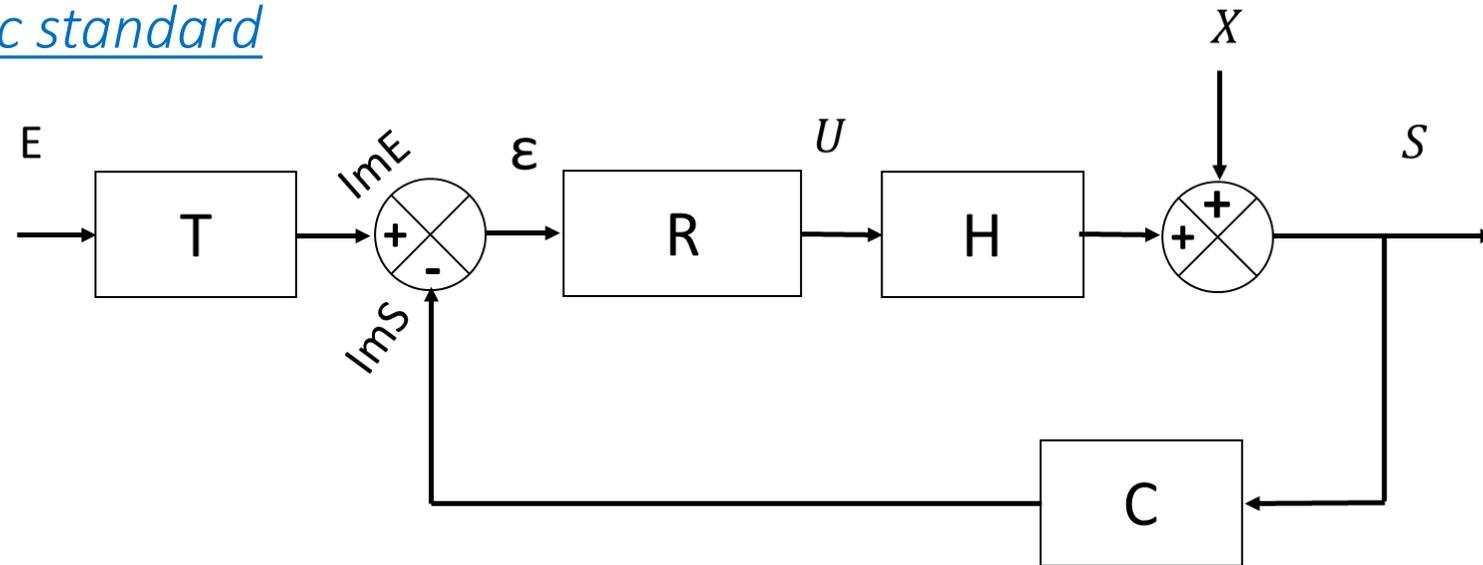
$z < \sqrt{2}/2$: résonance en fréquentiel



SLCI

Les différentes lois de commande

Schéma bloc standard



E : Consigne

ImS : Image de la sortie

X : perturbation

C : Capteur

S : Sortie de processus

E : Ecart

T : Transducteur

H : Processus

ImE : Image de la consigne

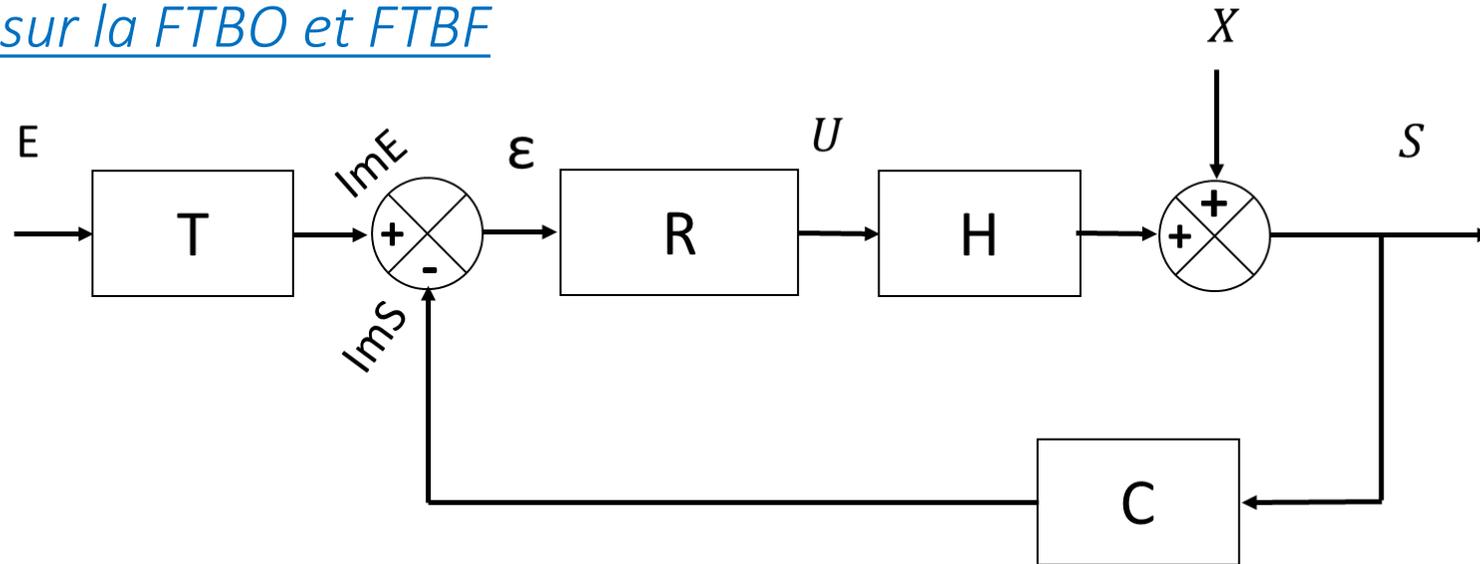
U : signal de commande

R : Régulateur ou Correcteur

SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF



**PRENEZ TOUJOURS GARDE AUX GRANDEURS ENTRE LESQUELLES
SONT DEFINIES LA FTBO ET LA FTBF.**

SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF

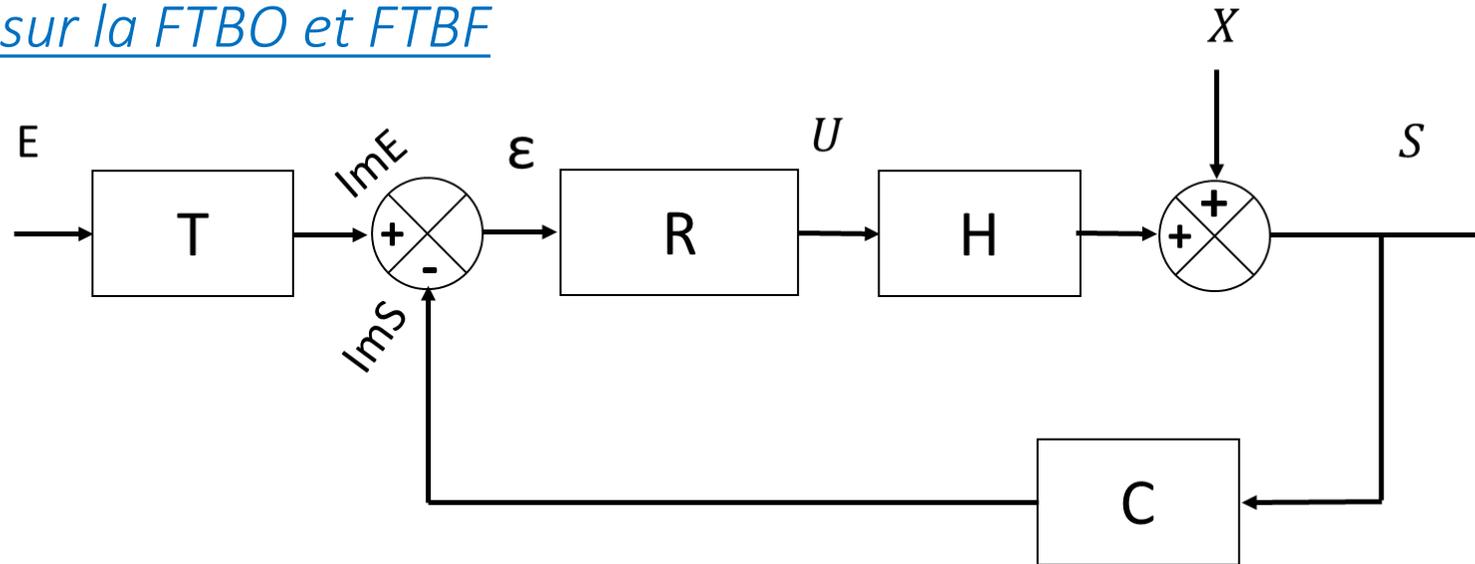
La BO est définie entre (Ecart) et (Image de sortie) :

$$BO(p) = R(p)H(p)C(p)$$

SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF



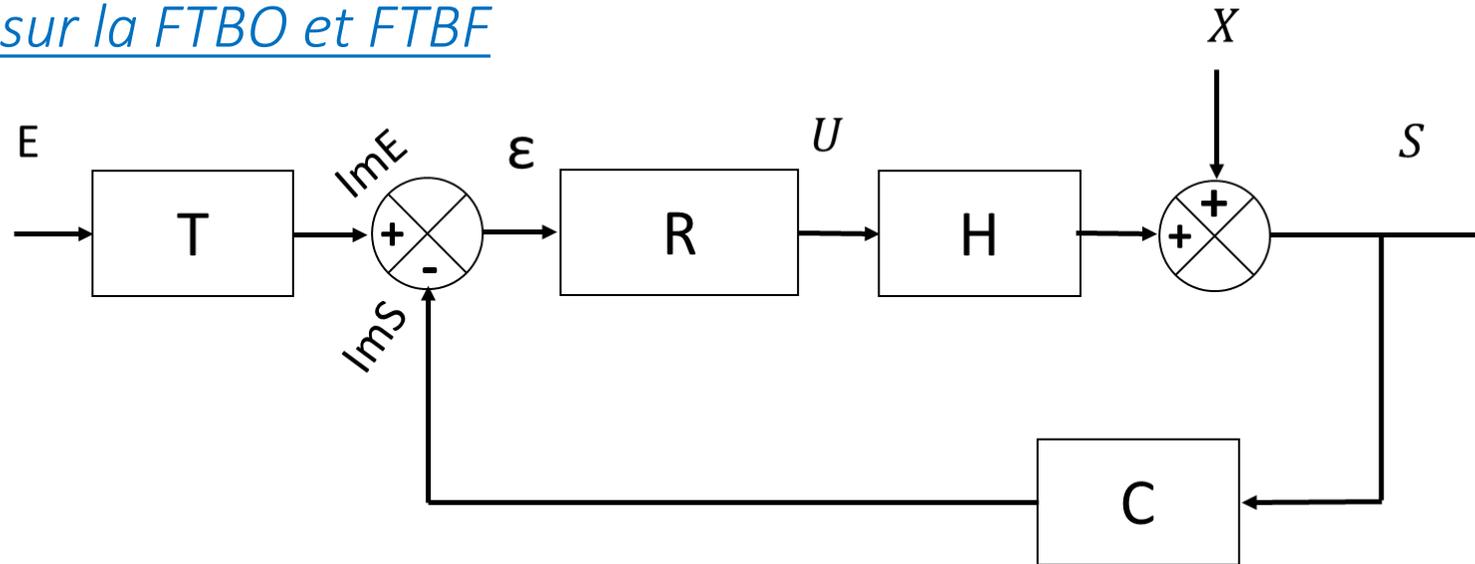
La BF est définie entre (Image consigne) et (Image Sortie), le système étant bouclé :

$$BF_1(p) = \frac{R(p)H(p)C(p)}{1+R(p)H(p)C(p)}$$

SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF



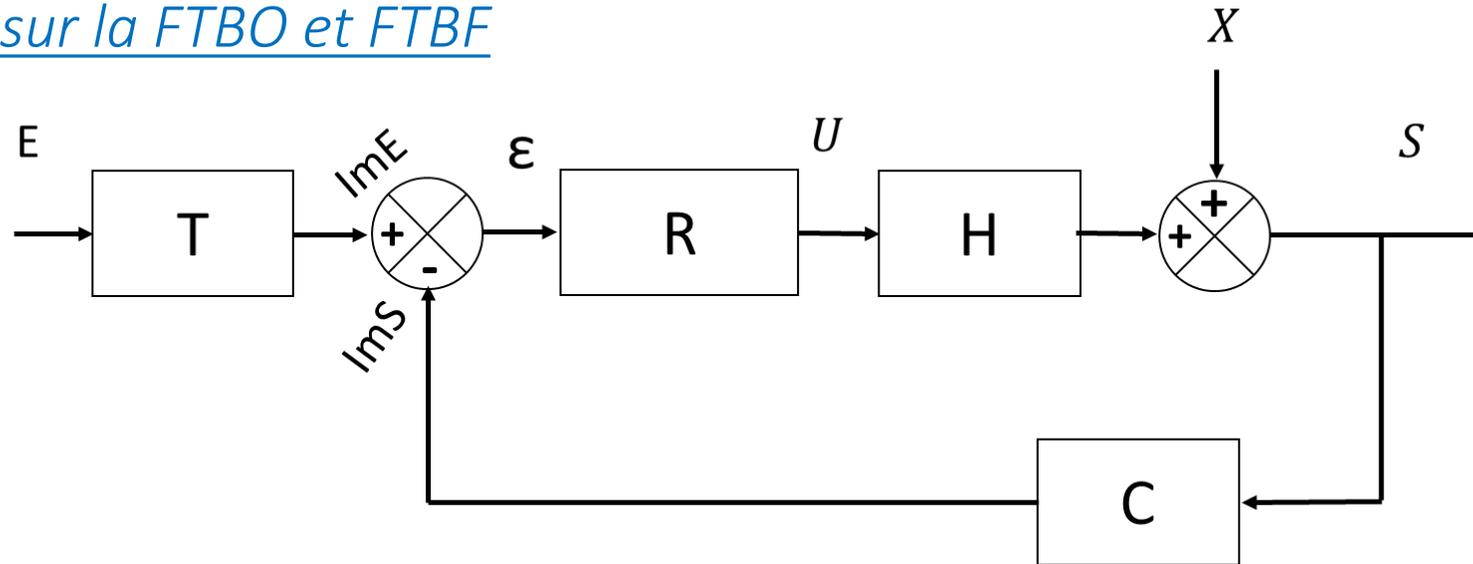
La BF peut aussi être définie entre (Consigne) et (Sortie Processus), le système étant bouclé :

$$BF_2(p) = \frac{T(p)R(p)H(p)}{1 + R(p)H(p)C(p)}$$

SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF



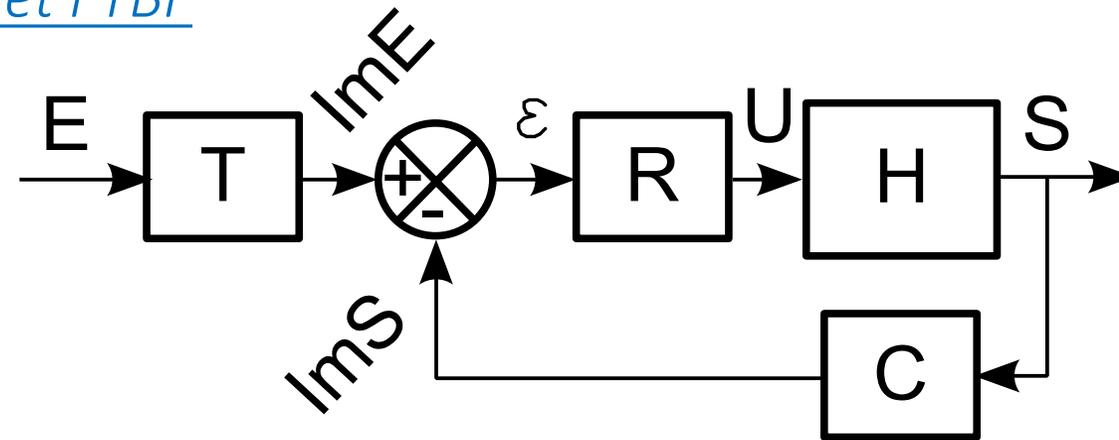
Ecart nul → **Fonction de transfert du capteur a un gain statique identique à celle du transducteur :**

Si [Sortie Processus = Consigne] → [Image Sortie = Image Consigne]. Si $T(p)$ et $C(p)$ sont assimilés à des gains purs : **$C = T$**

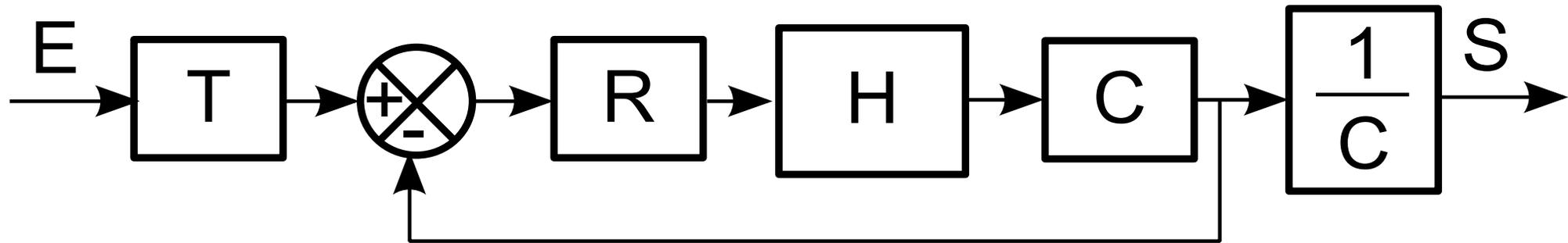
SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF



Déplacement des points de prélèvement \rightarrow **Système à retour unitaire.**

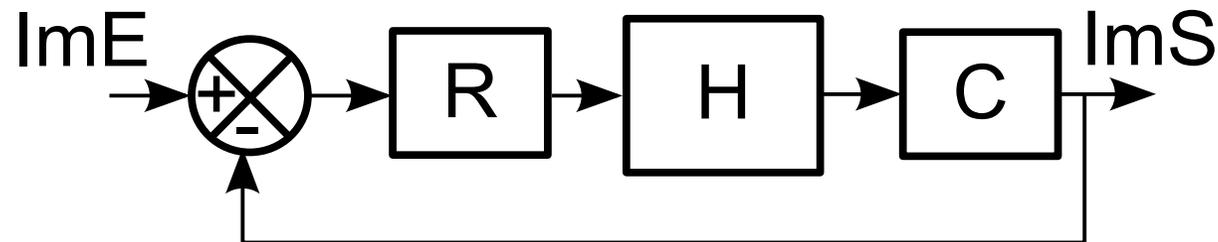
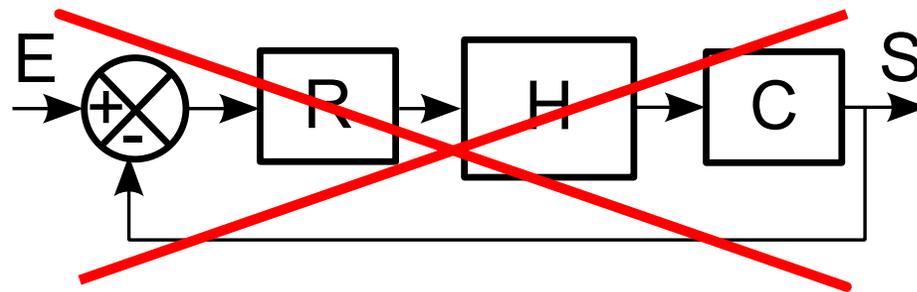
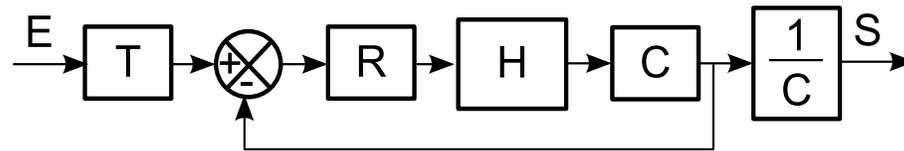


SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF

Si $T = C$:



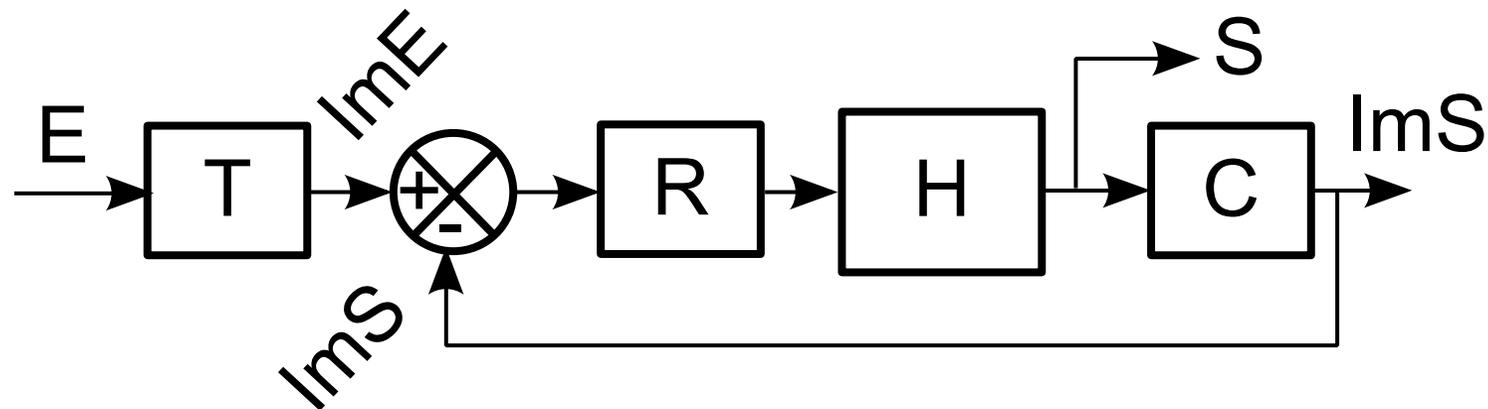
Attention à la nature des grandeurs d'entrée et de sortie même si on a la même FTBF !!

SLCI

Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF

Ouvrages d'automatique → retour unitaire



La façon la plus propre de se placer en retour unitaire est tout simplement de considérer la boucle du point de vue de l'automaticien : entre Images.

SLCI

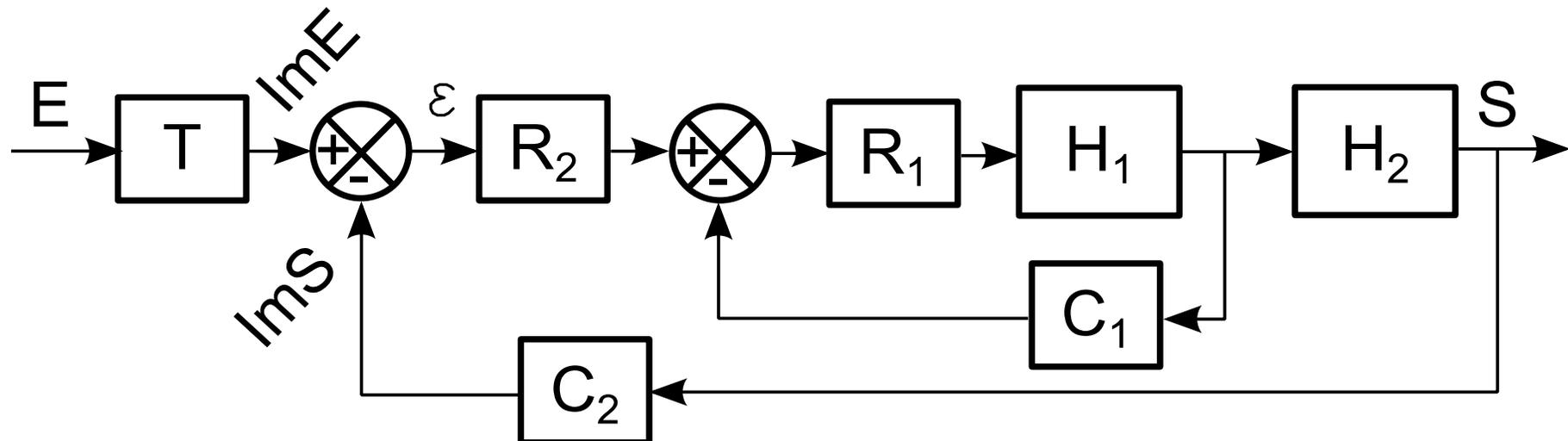
Les différentes lois de commande

Remarques sur la FTBO et FTBF

Système → comporte → boucles imbriquées :

Condition de cohérence sur le transducteur → que pour la boucle externe (= boucle de l'asservissement)

→ gain de $T(p)$ égale gain $C_2(p)$ (Si gains purs : $T = C_2$)



Remarque : Si on doit régler les différentes boucles, on commencera par les boucles internes.

SLCI

Fonction de transfert associée à un modèle
Formes canoniques et « zéros-pôles »

$$H(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = K_0 \frac{(p - \xi_1) \dots (p - \xi_m)}{(p - p_1) \dots (p - p_n)} = \frac{K}{p^N} \times \frac{(1 + c_1 p + \dots)}{(1 + d_1 p + \dots)}$$

$$H(p) = \frac{K}{p^N} \times \frac{(1 + \tau_1 p) \dots (1 + \frac{2z_m}{\omega_{0m}} p + \frac{1}{\omega_{0m}^2} p^2)}{(1 + T_1 p) \dots (1 + \frac{2z_n}{\omega_{0n}} p + \frac{1}{\omega_{0n}^2} p^2)}$$

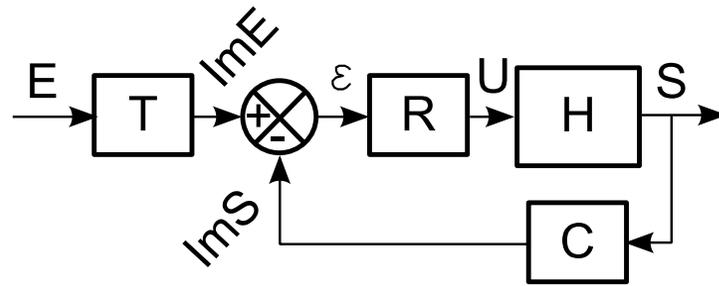
- $\xi_i \rightarrow$ **zéros** de la FT
- $p_i \rightarrow$ **pôles** de la FT
- **K = gain statique**
- **N = classe** de la FT (nombre d'intégrateur purs)
- **n = ordre** de la FT

Remarque : Equation caractéristique de cette fonction : **D(p) = 0**

Précision des systèmes asservis

Notion d'erreur

Erreur \rightarrow évaluée \rightarrow en régime permanent



$$\mathbf{Erreur} = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{Erreur}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (\mathbf{E}(t) - \mathbf{S}(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} p (\mathbf{E}(p) - \mathbf{S}(p))$$

$$\mathbf{Ecart} = \lim_{t \rightarrow \infty} \boldsymbol{\varepsilon}(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \boldsymbol{\varepsilon}(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p (\mathbf{Im} \mathbf{E}(p) - \mathbf{Im} \mathbf{S}(p))$$

Précision des systèmes asservis

Notion d'erreur

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p(T(p)E(p) - C(p)S(p))$$

Capteur et Transducteur \rightarrow même gain statique K_{CT} :

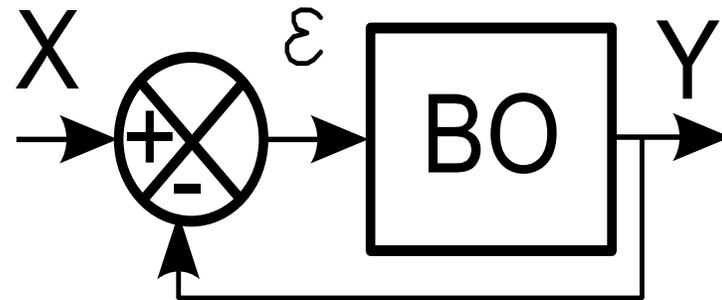
$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p(K_{CT}E(p) - K_{CT}S(p)) = K_{CT} \lim_{p \rightarrow 0} p(E(p) - S(p))$$

L'écart permet de quantifier l'erreur : $Ecart = K_{CT} \times Erreur$

Précision des systèmes asservis

Le retour unitaire : une façon de faire apparaître la BO

X et Y \rightarrow images des grandeurs d'entrée E et de sortie S.



$$\text{Cas général : } BO(p) = \frac{K}{p^N} \times \frac{(1+c_1p+\dots)}{(1+d_1p+\dots)}$$

Précision des systèmes asservis

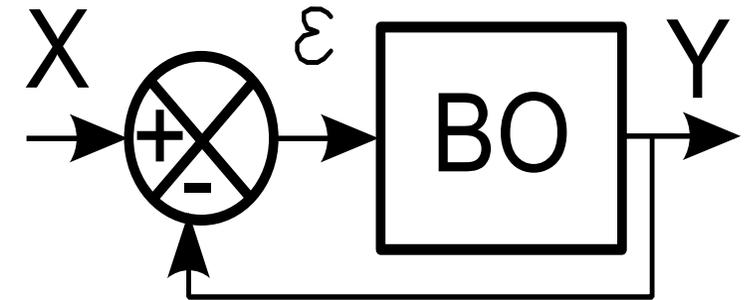
Le retour unitaire : une façon de faire apparaître la BO

$$\varepsilon(p) = X(p) \cdot \frac{1}{1+BO(p)}$$

$$\text{car } \varepsilon(p) = X(p) - Y(p)$$

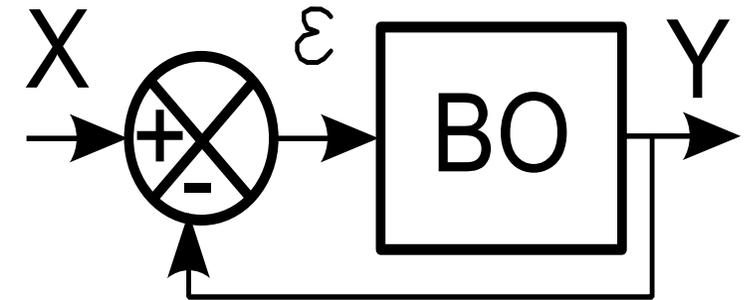
$$\text{et } Y(p) = BO(p) \cdot \varepsilon(p)$$

$$\text{d'où } \varepsilon(p) \cdot (1 + BO(p)) = X(p)$$



Précision des systèmes asservis

Le retour unitaire : une façon de faire apparaître la BO

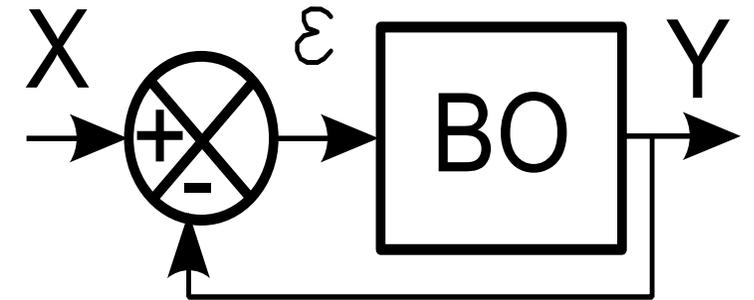


$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pX(p) \cdot \frac{1}{1 + \frac{K}{p^N} \times \frac{(1 + c_1 p + \dots)}{(1 + d_1 p + \dots)}} = \lim_{p \rightarrow 0} X(p) \cdot \frac{p^{N+1}(1 + d_1 p + \dots)}{p^N(1 + d_1 p + \dots) + K(1 + c_1 p + \dots)}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} X(p) \cdot \frac{p^{N+1}}{p^N + K}$$

Précision des systèmes asservis

Le retour unitaire : une façon de faire apparaître la BO



Remarque : (Gain du capteur = K_{CT})

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Err(t) = \frac{1}{K_{CT}} \lim_{p \rightarrow 0} X(p) \frac{p^{N+1}}{p^N + K}$$

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Typologie de l'erreur

Erreur $\varepsilon(t) \rightarrow$ 3 types d'entrée :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} Err(t) = \frac{1}{K_{CT}} \lim_{p \rightarrow 0} X(p) \frac{p^{N+1}}{p^{N+K}}$$

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Typologie de l'erreur – Erreur de position ou erreur statique

Erreur relative \rightarrow entrée en échelon : $X(t) = A \cdot u(t) \rightarrow X(p) = \frac{A}{p}$

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Typologie de l'erreur – Erreur de trainage ou erreur en vitesse

Erreur relative \rightarrow entrée en rampe : $X(t) = A \cdot t \cdot u(t) \rightarrow X(p) = \frac{A}{p^2}$

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Typologie de l'erreur – Erreur dynamique ou erreur en accélération

Erreur relative \rightarrow entrée parabolique : $X(t) = \frac{A}{2} \cdot t^2 \cdot u(t) \rightarrow X(p) = \frac{A}{p^3}$

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Quantification de l'écart et de l'écart relatif

$$\mathbf{Ecart} = \lim_{t \rightarrow \infty} (X(t) - Y(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} X(p) \frac{p^{N+1}}{p^{N+K}}$$

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Quantification de l'écart et de l'écart relatif $Ecart = \lim_{t \rightarrow \infty} (X(t) - Y(t)) = \lim_{p \rightarrow 0} X(p) \frac{p^{N+1}}{p^{N+K}}$

On étudie la **CLASSE** de la **BOUCLE OUVERTE** pour calculer l'**erreur (ou l'écart)** en **BOUCLE FERMEE**.

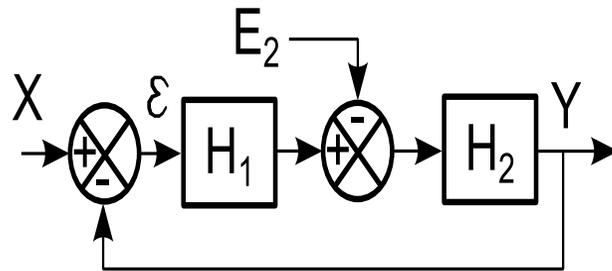
X(p)	Classe 0	Classe 1	Classe 2	Classe 3
	ε	ε	ε	ε
$\frac{A}{p}$	$\frac{A}{K_{BO} + 1}$	0	0	0
$\frac{A}{p^2}$	∞	$\frac{A}{K_{BO}}$	0	0
$\frac{A}{p^3}$	∞	∞	$\frac{A}{K_{BO}}$	0

Conclusion : La classe de la BO suffit à justifier la valeur de l'erreur.

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Position de l'intégrateur : influence sur la précision



avec $H_1(p) = \frac{K_1}{p^\alpha}$ et $H_2(p) = \frac{K_2}{p^\beta}$

Perturbation constante (échelon) : $E_2(p) = \frac{E_2}{p}$

Ecart	Cas 1		Cas 2		Cas 3	
	$\alpha = 0$	$\beta = 0$	$\alpha = 0$	$\beta = 1$	$\alpha = 1$	$\beta = 0$
$\frac{X}{p}$	$X \frac{1}{1+K_1K_2} + E_2 \frac{K_2}{1+K_1K_2}$		$E_2 \frac{K_2}{K_1K_2}$		0	
$\frac{X}{p^2}$	$\infty + E_2 \frac{K_2}{1+K_1K_2}$		$X \frac{1}{K_1K_2} + E_2 \frac{K_2}{K_1K_2}$		$X \frac{1}{K_1K_2}$	

Précision des systèmes asservis

Détermination de l'erreur (ou écart) en BF grâce à la BO

Conclusions

- Ecart \rightarrow caractéristique de la FTBF (mais définie grâce à la FTBO)
Ecart \rightarrow Erreur au gain du capteur près
- Erreur \rightarrow diminue \rightarrow Gain Statique de la FTBO augmente
- **UN INTÉGRATEUR SITUÉ EN AMONT DE LA PERTURBATION DANS LA FTBO ANNULE L'ERREUR DUE À LA PERTURBATION EN ÉCHELON (CONSTANTE)**
(Perturbation = rampe \rightarrow 2 intégrateurs)

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles

Définition : La stabilité peut être évaluée à partir de la réponse à un Dirac : si la réponse converge vers zéro, le système est stable.

Autre définition : Si la réponse à une consigne finie (échelon) converge vers une valeur finie, le système est stable.

→ FT (= caractérisation du système pour une entrée Dirac) → rechercher des critères permettant d'évaluer la stabilité absolue.

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles

$$H(p) = \sum_i \frac{A_i}{p - p_i} \quad \text{où } p_i \text{ est un pôle de } H(p) \quad \text{et} \quad p_i = \sigma + j\omega \quad ; \quad A_i = \rho e^{j\varphi}$$

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles

1^{er} cas : p_i réel

$$L^{-1} \left(\frac{A_i}{p-p_i} \right) = A_i e^{p_i t} u(t)$$

→ réponse « converge » vers 0 si $p_i = \sigma < 0$.

→ Si $p_i = 0$ (classe 1) → réponse à un Dirac → constante $\neq 0$ → système diverge

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles

2^e cas : pi complexe

$\bar{p}_i \rightarrow$ figure forcément dans la décomposition \rightarrow réponse de la somme :

$$L^{-1} \left(\frac{A_i}{p-p_i} + \frac{\bar{A}_i}{p-\bar{p}_i} \right) = L^{-1} \left(\frac{2a(p-\sigma)-2b\omega}{(p-\sigma)^2+\omega^2} \right) = e^{\sigma t} (2a \cos(\omega t) - 2b \sin(\omega t)) \cdot u(t)$$

Avec $p_i = \sigma + j\omega$ et $A_i = a + bj$

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles

2^e cas : pi complexe

$$L^{-1} \left(\frac{A_i}{p-p_i} + \frac{\bar{A}_i}{p-\bar{p}_i} \right) = L^{-1} \left(\frac{2a(p-\sigma) - 2b\omega}{(p-\sigma)^2 + \omega^2} \right) = e^{\sigma t} (2a \cos(\omega t) - 2b \sin(\omega t)) \cdot u(t)$$

→ Si $\sigma > 0$ → réponse diverge

→ Si $\sigma = 0$ → réponse = sinusoïde pure → instable

→ Si $\sigma < 0$ → réponse « converge » + plus $|\sigma|$ est grande → plus la convergence est rapide

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles

2^e cas : p_i complexe

$$L^{-1} \left(\frac{A_i}{p-p_i} + \frac{\bar{A}_i}{p-\bar{p}_i} \right) = L^{-1} \left(\frac{2a(p-\sigma)-2b\omega}{(p-\sigma)^2+\omega^2} \right) = e^{\sigma t} (2a \cos(\omega t) - 2b \sin(\omega t)) \cdot u(t)$$

Le rôle de p_i est d'autant moins important que $|\sigma|$ est grand

Plus $|\sigma|$ est petit, plus le pôle correspondant est dominant

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles

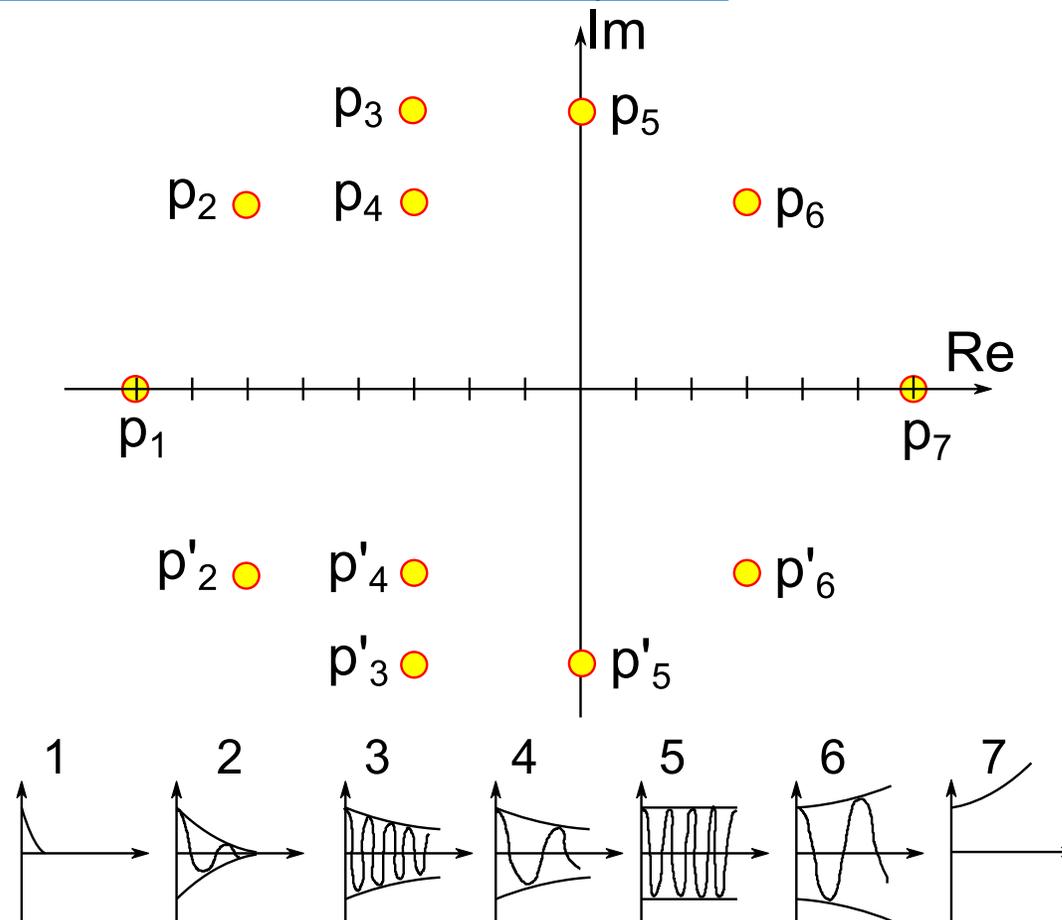
CONCLUSIONS :

- **SYSTÈME STABLE → PARTIES RÉELLES DES PÔLES DE SA FONCTION DE TRANSFERT DOIVENT TOUTES ÊTRE STRICTEMENT NÉGATIVES**
- **INFLUENCE D'UN PÔLE → INVERSEMENT PROPORTIONNELLE À LA VALEUR ABSOLUE DE SA PARTIE RÉELLE**
- **PÔLE DOMINANT → CELUI QUI A LA PLUS PETITE PARTIE RÉELLE (= CELUI QUI DONNE LA PLUS GRANDE CONSTANCE DE TEMPS)**

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

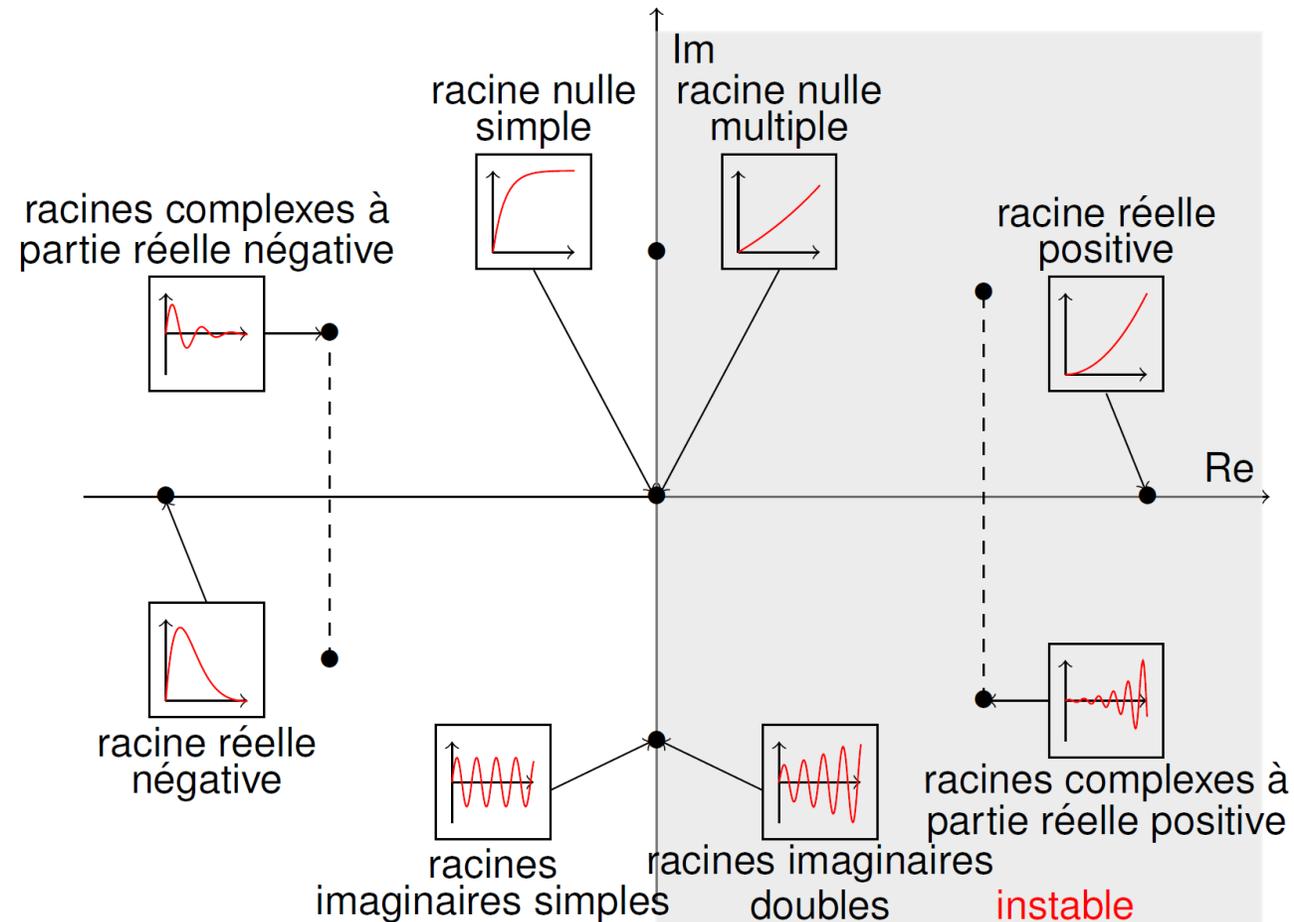
Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles



Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Etude de la réponse à un Dirac : calcul des pôles



Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Exemple

$$\underline{\mathbf{BF}} : H(p) = \frac{1}{1+p+5p^2+6p^3}$$

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

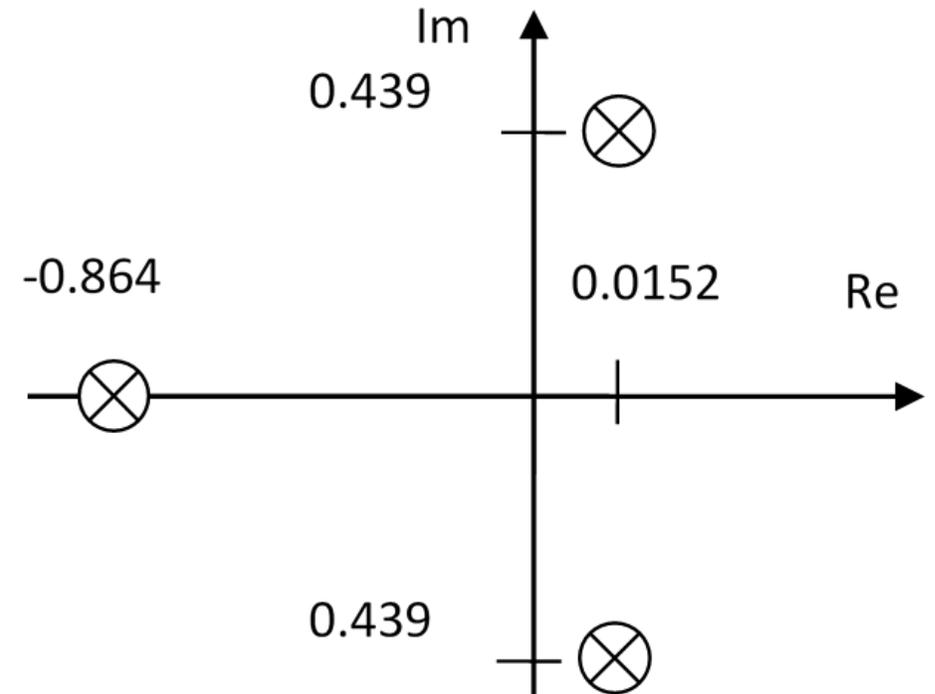
Exemple – Stabilité absolue : Etude des pôles

Après calcul (et arrondi) :

$$P1 = -0.8637$$

$$P2 = 0.0152 + 0.439j$$

$$P3 = 0.0152 - 0.439j$$



$$H(p) = \frac{1/6}{(p + 0.864)(p - 0.0152 - 0.439j)(p - 0.0152 + 0.439j)}$$

$$H(p) = \frac{0.1667}{(p + 0.864)((p - 0.0152)^2 + 0.439)} = \frac{A}{p + 0.864} + \frac{B + Cp}{(p - 0.0152)^2 + 0.439}$$

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Exemple – Stabilité absolue : Etude des pôles

Calcul de A, B et C (D.E.S.) :

$$A = -0.173 ; B = -0.154 ; C = 0.173$$

$$\rightarrow H(p) = \frac{-0.173}{p+0.864} + \frac{-0.154+0.173p}{(p-0.0152)^2+0.439}$$

(tableau de Laplace) :

$$H(p) = -0.173 \frac{1}{p + 0.864} + 0.173 \frac{p - 0.0152}{(p - 0.0152)^2 + 0.439} - 1.99 \frac{0.439}{(p - 0.0152)^2 + 0.439}$$

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Exemple – Stabilité absolue : Etude des pôles

→ Tableau de Laplace :

$$L^{-1}\left(\frac{1}{p + \alpha}\right) = e^{-\alpha t} ; L^{-1}\left(\frac{p + \alpha}{(p + \alpha)^2 + \omega^2}\right) = e^{-\alpha t} \cos(\omega t) ; L^{-1}\left(\frac{\omega}{(p + \alpha)^2 + \omega^2}\right) = e^{-\alpha t} \sin(\omega t)$$

$$L^{-1}(H(p)) = -0.173e^{-0.864t} + 0.173e^{-0.0152t} \cos(0.439t) - 1.99e^{0.0152t} \sin(0.439t)$$

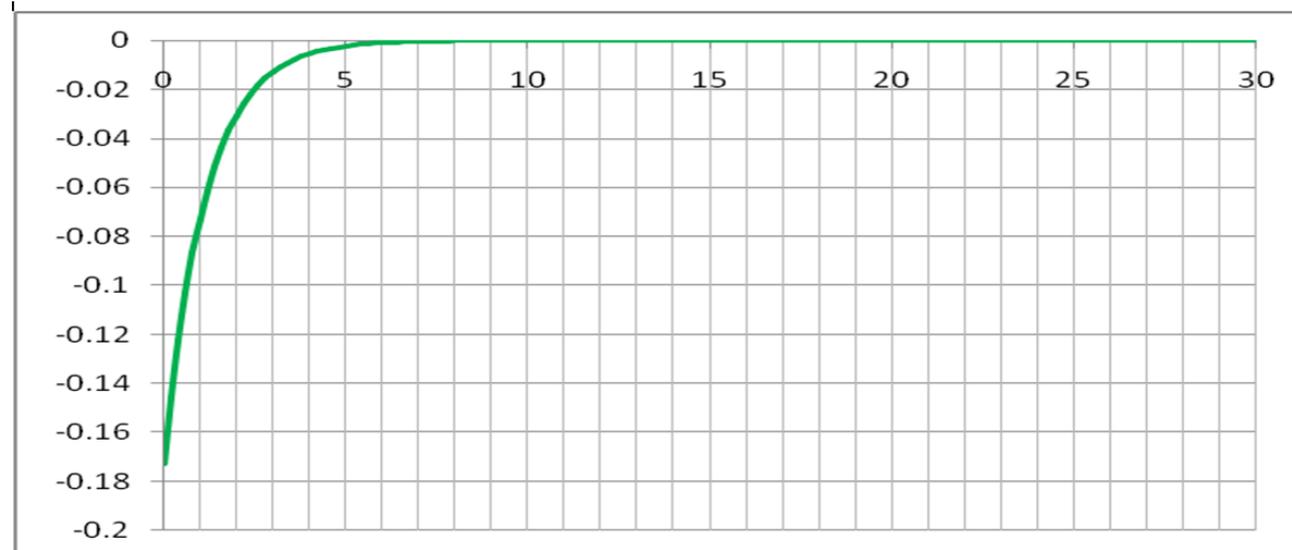
Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Exemple – Tracé des réponses impulsionnelles

$$L^{-1}(H(p)) = -0.173e^{-0.864t} + 0.173e^{-0.0152t} \cos(0.439t) - 1.99e^{0.0152t} \sin(0.439t)$$

Réponse associée au pôle réel :



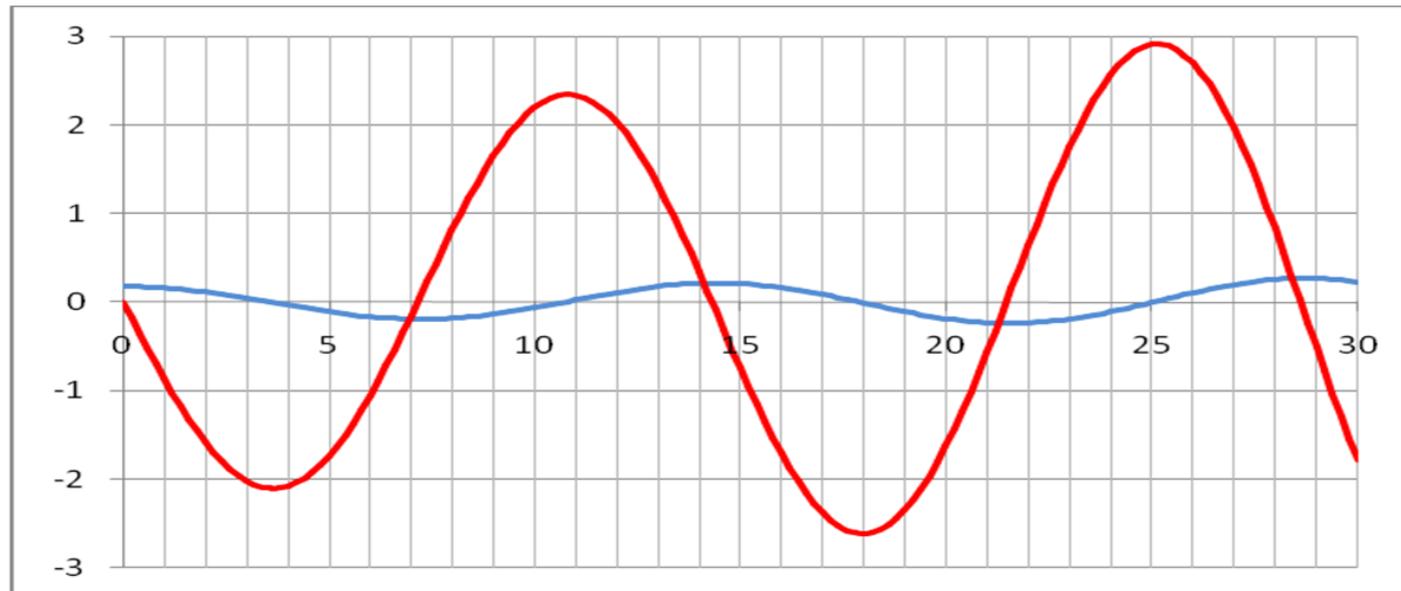
Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Exemple – Tracé des réponses impulsionnelles

$$L^{-1}(H(p)) = -0.173e^{-0.864t} + 0.173e^{-0.0152t} \cos(0.439t) - 1.99e^{0.0152t} \sin(0.439t)$$

Réponse décomposée associée aux pôles complexes



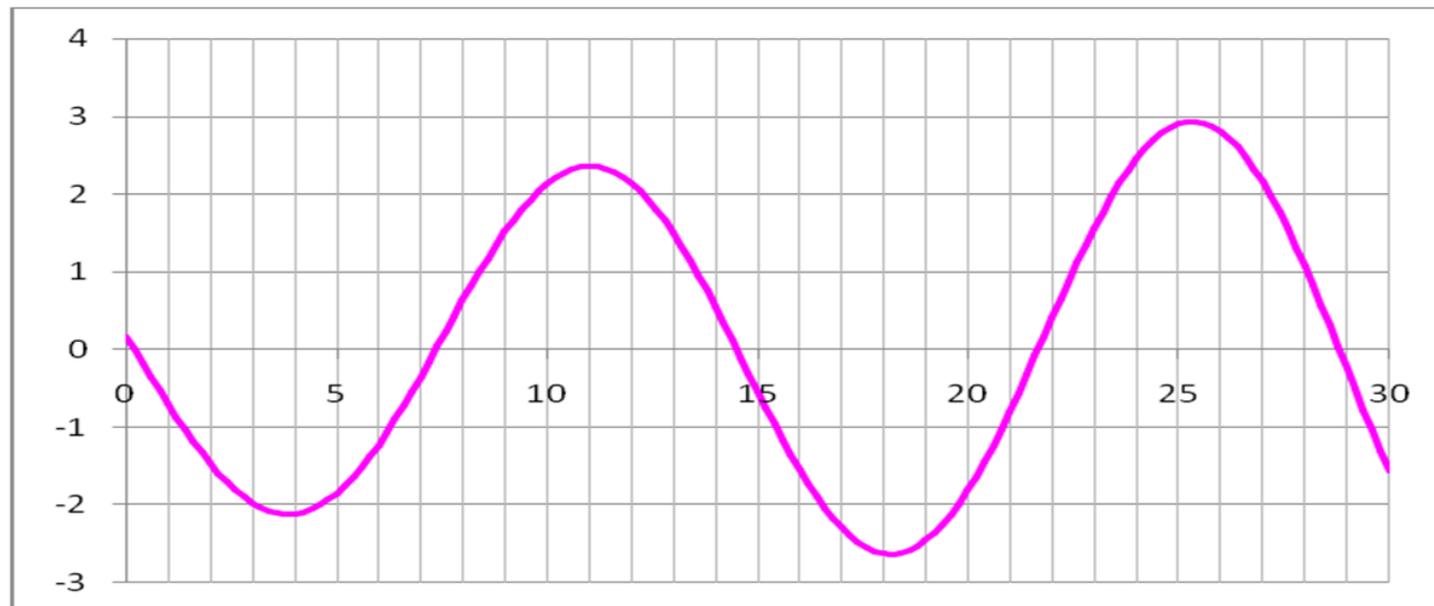
Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Exemple – Tracé des réponses impulsionnelles

$$L^{-1}(H(p)) = -0.173e^{-0.864t} + 0.173e^{-0.0152t} \cos(0.439t) - 1.99e^{0.0152t} \sin(0.439t)$$

Réponse globale associée aux pôles complexes



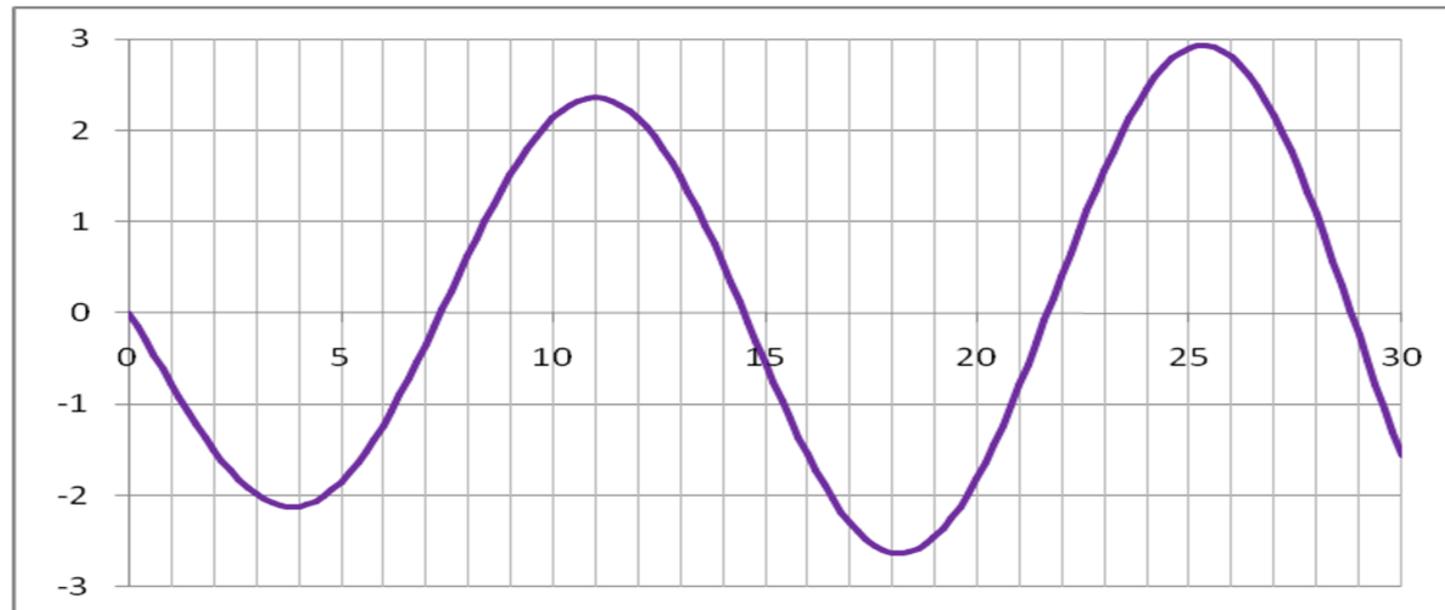
Stabilité des systèmes asservis

Stabilité « absolue » : CRITERE SUR LA BF

Exemple – Tracé des réponses impulsionnelles

$$L^{-1}(H(p)) = -0.173e^{-0.864t} + 0.173e^{-0.0152t} \cos(0.439t) - 1.99e^{0.0152t} \sin(0.439t)$$

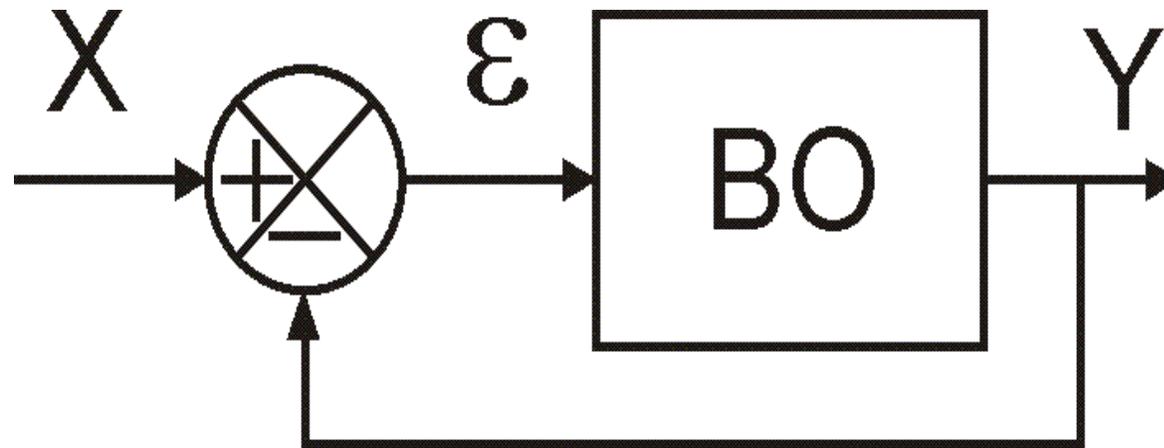
Réponse totale



Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : CRITERES SUR LA BO

Exemple



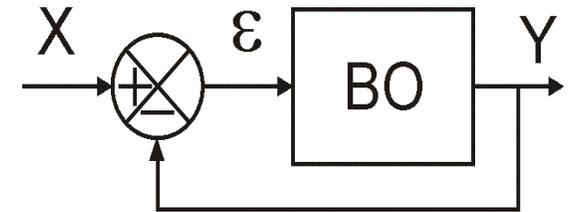
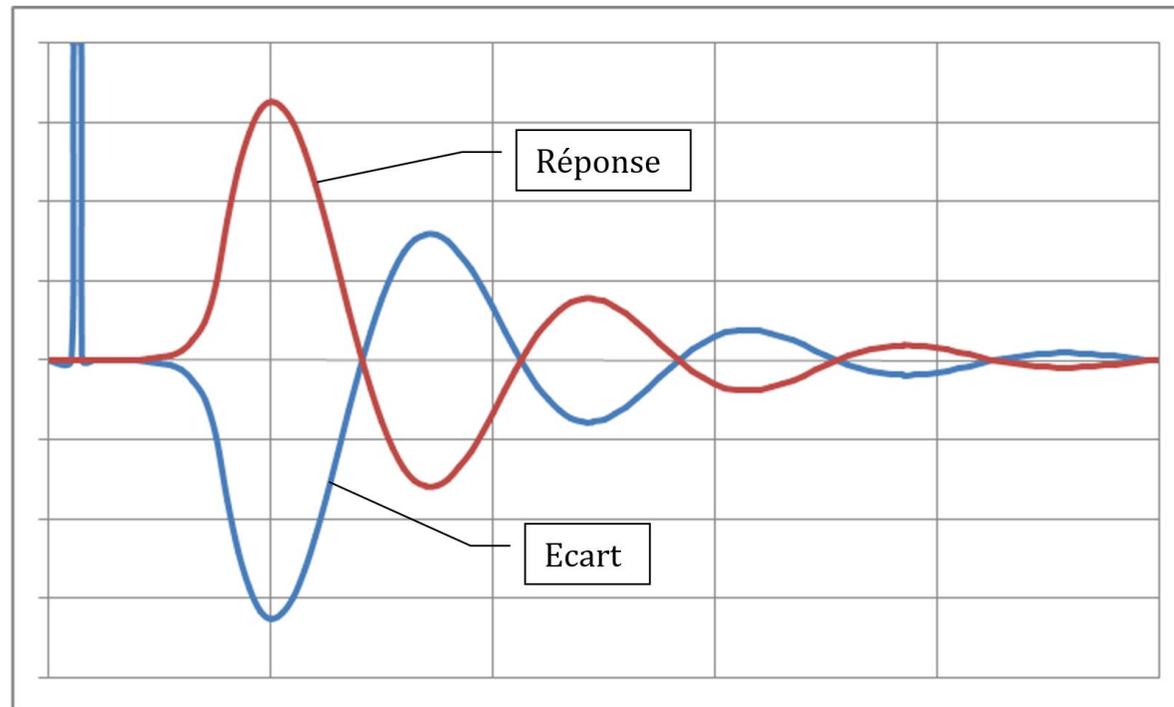
Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : CRITERES SUR LA BO

Exemple

$$BO(p) = \frac{50}{1 + 0.1p + 0.001p^2}$$

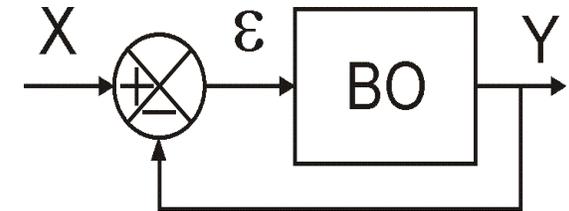
Réponse temporelle pour une entrée Dirac



Stabilité des systèmes asservis

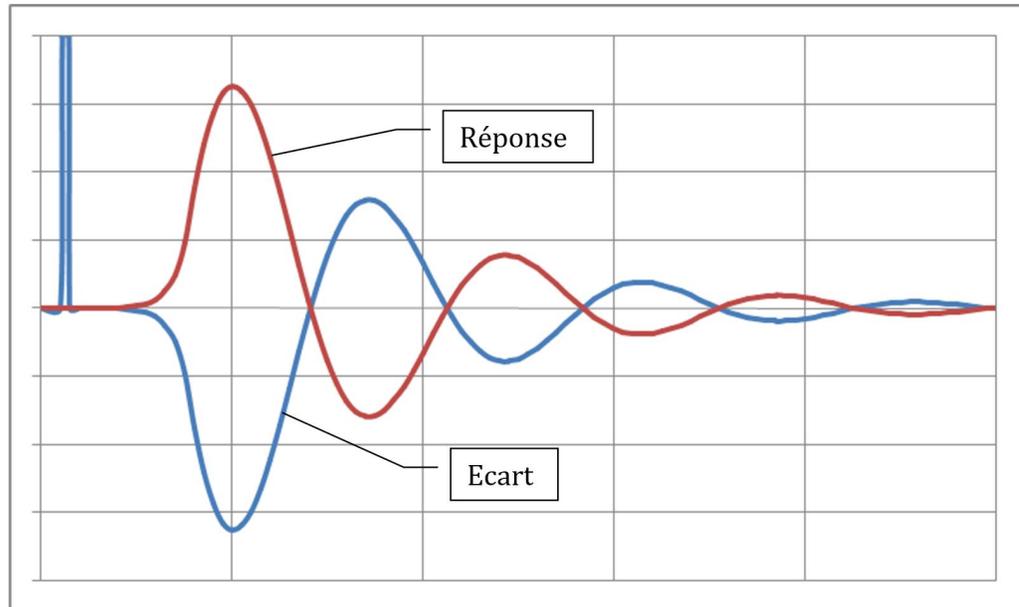
Stabilité absolue et relative : CRITERES SUR LA BO

Exemple



Analyse des réponses

Réponse temporelle pour une entrée Dirac



1) Quelle que soit la sortie que l'on choisit d'extraire du schéma bloc, le dénominateur de la fonction de transfert en BF entre la consigne et la sortie choisie est le même.

2) La sortie de la BO est en opposition de phase avec son entrée (sortie déphasée de 180° par rapport à l'écart) car à $t > 0^+$, $\text{Ecart} = - \text{Sortie}$

3) On sollicite la BO à la pulsation correspondant à un déphasage de 180° noté ici ω_{-180} .

Si on veut que la sortie converge, il est donc nécessaire que le gain de la BO à la pulsation ω_{-180} soit inférieur à 1.

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : CRITERES SUR LA BO

Enoncé du critère sur la BO (Critère du REVERS)

La BO doit être stable ne pas comporter de pôles à partie réelle strictement positive.

Le système est stable en BF si $|BO(j\omega)| < 1$ quand $\text{Arg}(BO(j\omega)) = -180^\circ$.

ω_{-180} = pulsation à laquelle $\text{Arg}(BO(j\omega)) = -180^\circ$

Si $|BO(j\omega_{-180})| < 1 \rightarrow$ système a de la marge de gain (MG)

\rightarrow On peut multiplier le gain par $1/|BO(j\omega_{-180})|$ avant que le système devienne instable.

Système stable \Leftrightarrow MG > 0 avec MG = $-20 \log |BO(j\omega_{-180})|$

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : CRITERES SUR LA BO

Enoncé du critère sur la BO (Critère du REVERS)

Pulsation critique $\omega_c \rightarrow |BO(j\omega_c)| = 1$

Si $\text{Arg}(BO(j\omega_c)) > -180^\circ \rightarrow$ système a de la marge de phase ($M\phi$) :

\rightarrow On peut ajouter $M\phi$ au déphasage sans que le système ne devienne instable.

Système stable \Leftrightarrow Si $M\phi > 0$ avec $M\phi = 180 + \text{Arg}(BO(j\omega_c))$

L'étude des lieux de la fonction de transfert en BOUCLE OUVERTE d'un système permet donc d'étudier la stabilité du système en BOUCLE FERMEE.

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : CRITERES SUR LA BO

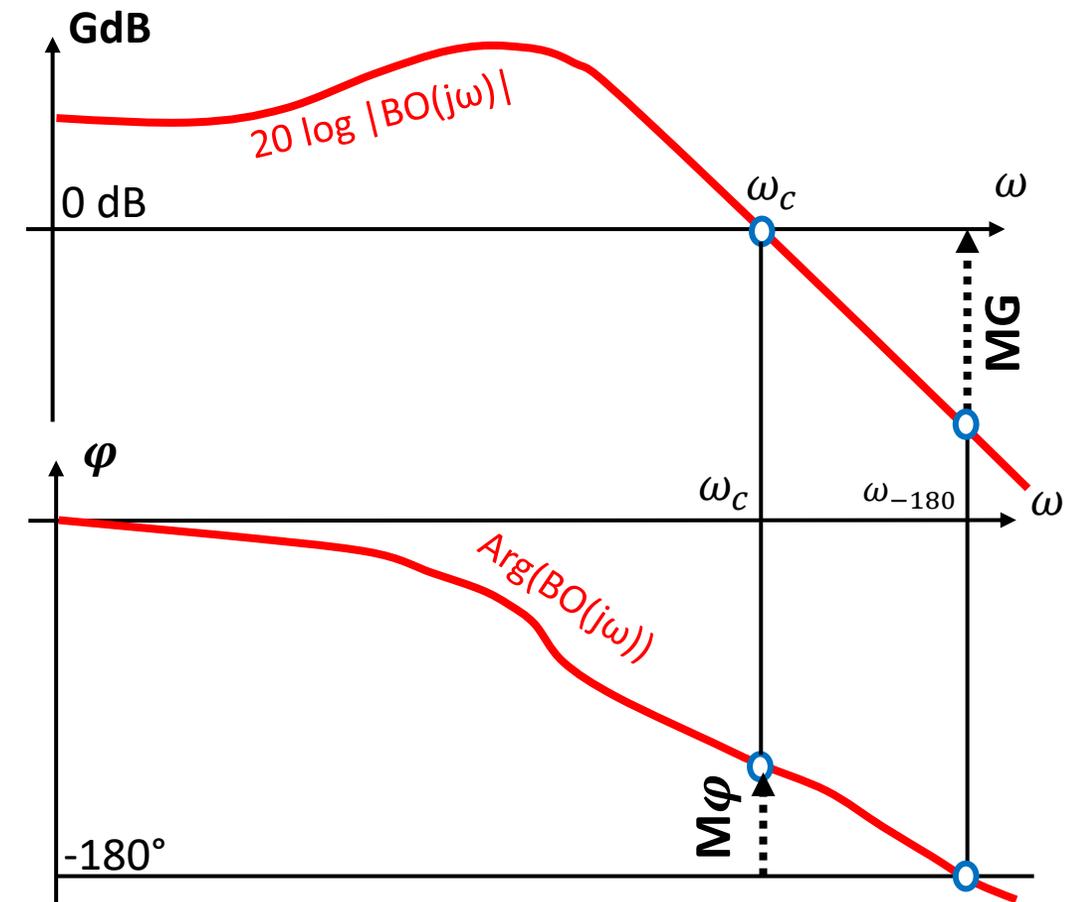
Stabilité d'un système avec le diagramme de Bode

Le tracé est celui de la BO.

Diagramme de gain : pulsation critique $\omega_c \rightarrow \mathbf{GdB}(\omega_c) = 0$.

Diagramme de phase : $\omega_{-180} \rightarrow \varphi(\omega) = -180^\circ$.

Remarque : Le système est stable si : $\mathbf{GdB}(\omega_{-180}) < 0$
 \rightarrow Marge de gain MG.



Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : CRITERES SUR LA BO

La nécessité des marges

Marges → autorisent → variations autour du point de réglage initial du système = coefficients de sécurité

Bonne marge de stabilité :

Marge de phase = 45° (mesurée à la pulsation critique : $GdB = 0$)

Marge de gain = 6 dB à 12 dB

Remarque : Dans les sujets → **Marges de Gain et de Phase données dans le CdCF**

Marge de phase de 45° pour la BO :

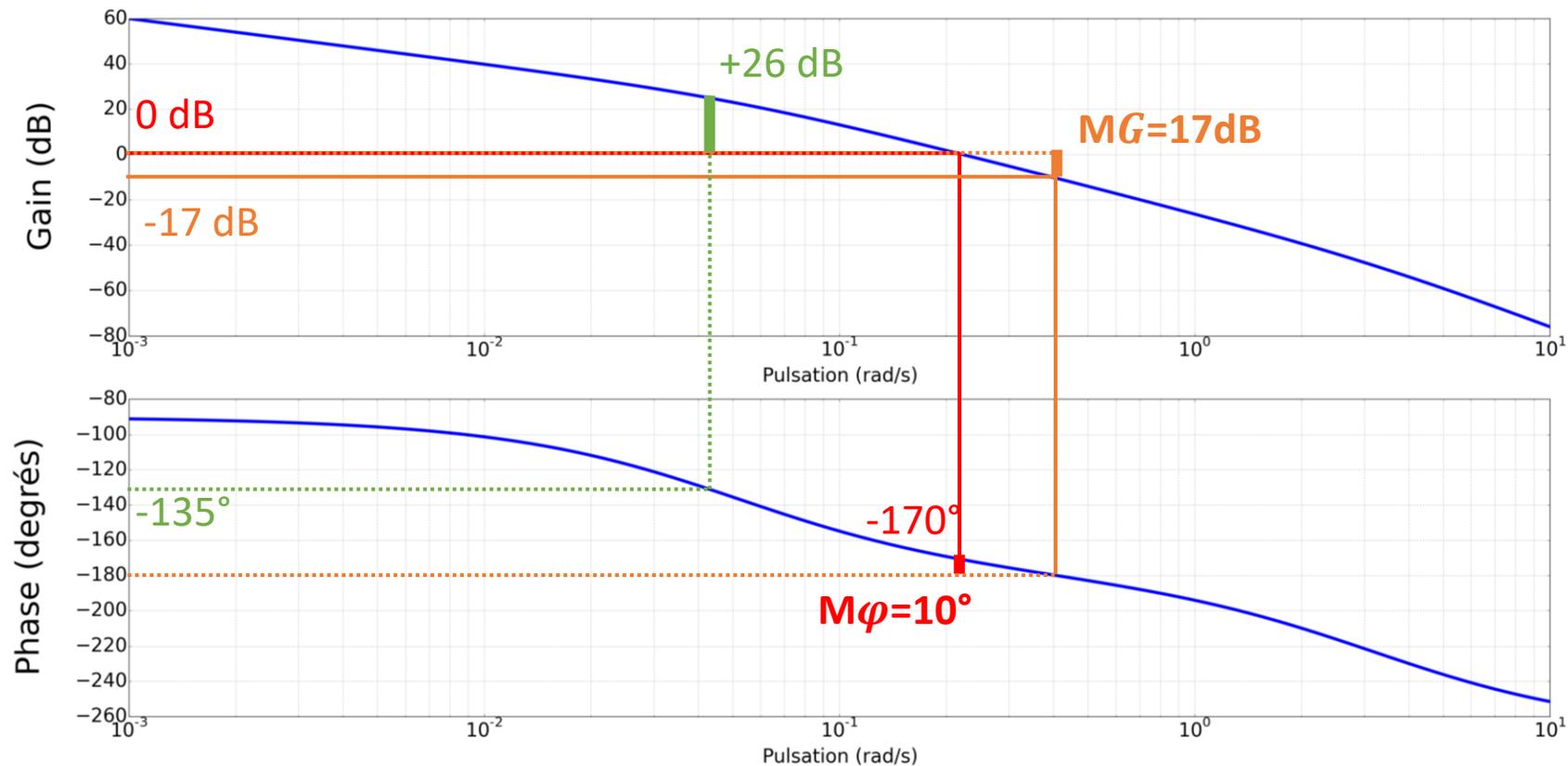
- Dépassement de 20% pour la réponse indicielle en BF
- Résonance de 2.3 dB pour la réponse fréquentielle en BF

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : CRITERES SUR LA BO

Exemple

$$BF = \frac{1}{1 + p + 20p^2 + 6p^3} = \frac{BO}{1 + BO} \leftrightarrow BO(p) = \frac{1}{p(1 + 20p + 6p^2)}$$



CdCF :
MG = 6 dB
Mφ = 45°

MG = 17 dB ✓
Mφ = 10° ✗

Translater
la courbe de :
-26 dB

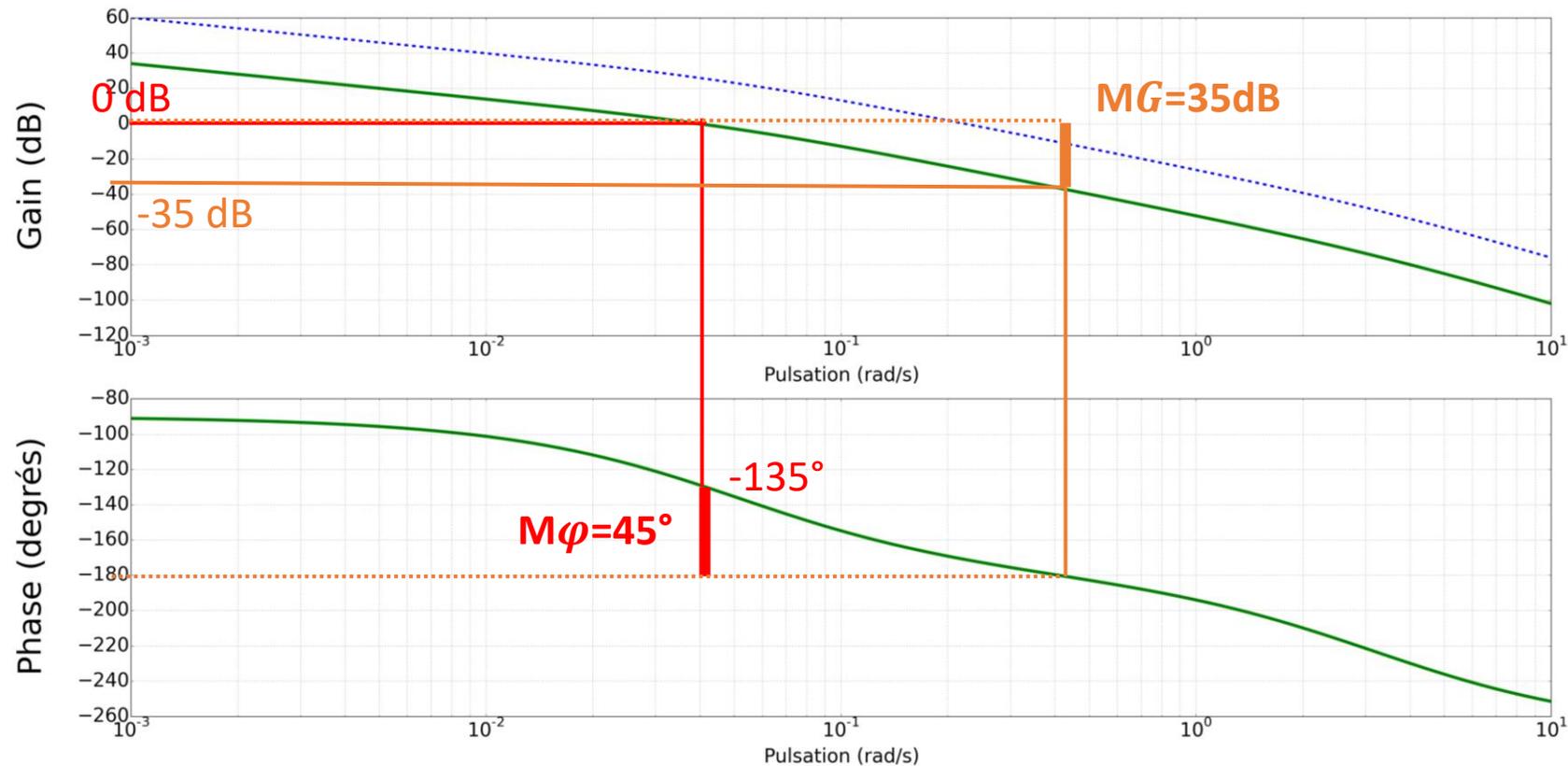
K = 0,05

Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : CRITERES SUR LA BO

Exemple

$$BF = \frac{1}{1 + p + 20p + 6p^3} = \frac{BO}{1 + BO} \leftrightarrow BO(p) = \frac{1}{p(1 + 20p + 6p^2)}$$



CdCF :
MG = 6 dB
 $M\varphi = 45^\circ$

MG = 35 dB ✓
 $M\varphi = 45^\circ$ ✓

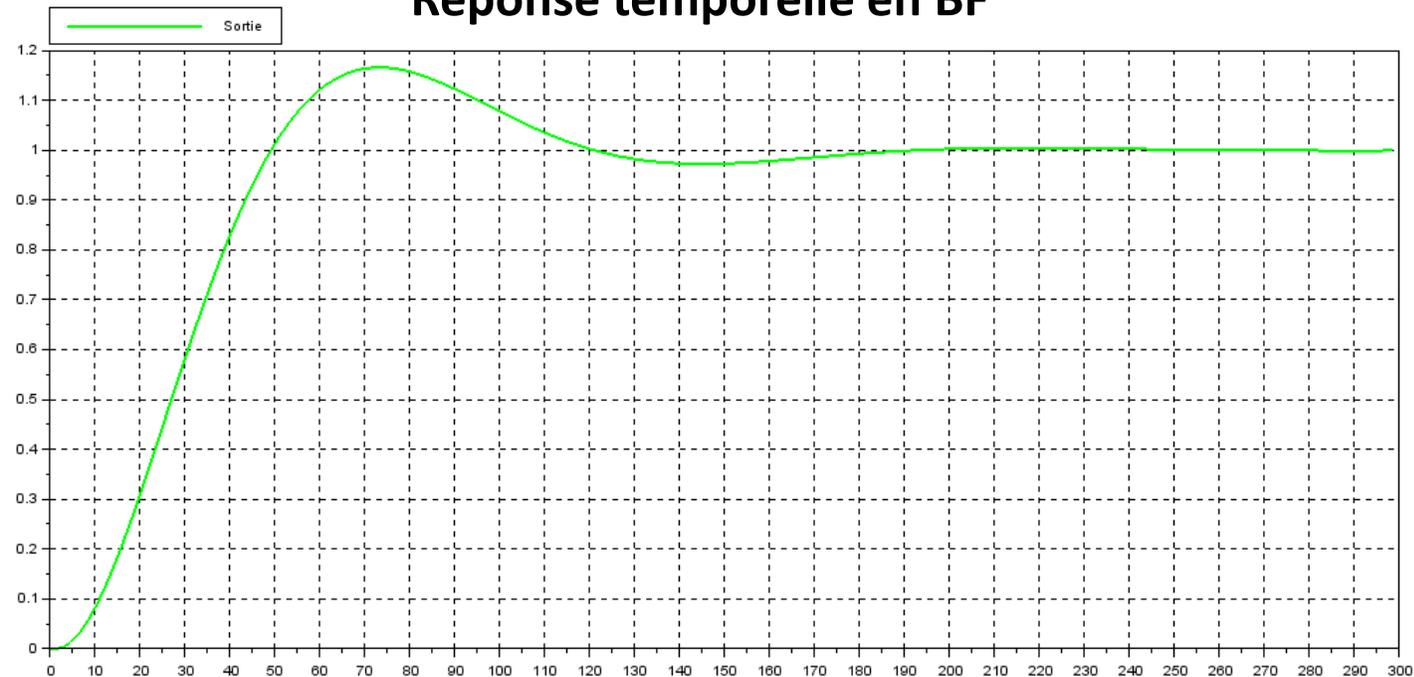
Stabilité des systèmes asservis

Stabilité absolue et relative : CRITERES SUR LA BO

Suite de l'exemple

$$BF = \frac{1}{1 + p + 20p + 6p^3} = \frac{BO}{1 + BO} \leftrightarrow BO(p) = \frac{1}{p(1 + 5p + 6p^2)}$$

Réponse temporelle en BF



Remarque : Ici, $D_{1\%} = 23\%$

Conclusions sur précision et stabilité

Influence de la classe et du gain sur la précision, la rapidité et la stabilité

Impact du gain et de la classe de la BO sur les performances en BF

	ω_c	MG	M_ϕ	Erreur
K_{BO} ↗	↗	↘	↘	↘
Classe ↗	↘	↘	↘	↘

Augmentation du Gain → système → + précis / + rapide / + instable

Augmentation de la Classe → système → + précis / + lent / + instable

Conclusions sur précision et stabilité

Evaluation de la stabilité

1) Par la recherche des pôles de la **BF**

2) Par l'évaluation de la **marge de gain** et de la **marge de phase** de la **BO**

Conclusions sur précision et stabilité

Evaluation de la précision

→ Critère absolu en comparant $S(t)$ et $E(t)$: $\{\lim_{t \rightarrow \infty} [E(t) - S(t)]\}$ ou FTBF + Théorème de la valeur finale ou Réponse temporelle

→ **Tableau** + Classe de la fonction de transfert en **BO**

→ Intégrateur -> placé -> avant une perturbation en échelon pour éliminer son influence dans l'erreur statique

Le retard

Introduction explicative

Un retard peut rendre instable n'importe quel système !

Causes des retards : **frottements, jeux, effort résistant ...**

Couple moteur sur rotor : C_m

Frottement sec dans l'arbre moteur : C_{frot1}

Frottement sec dans l'arbre récepteur : C_{frot1}

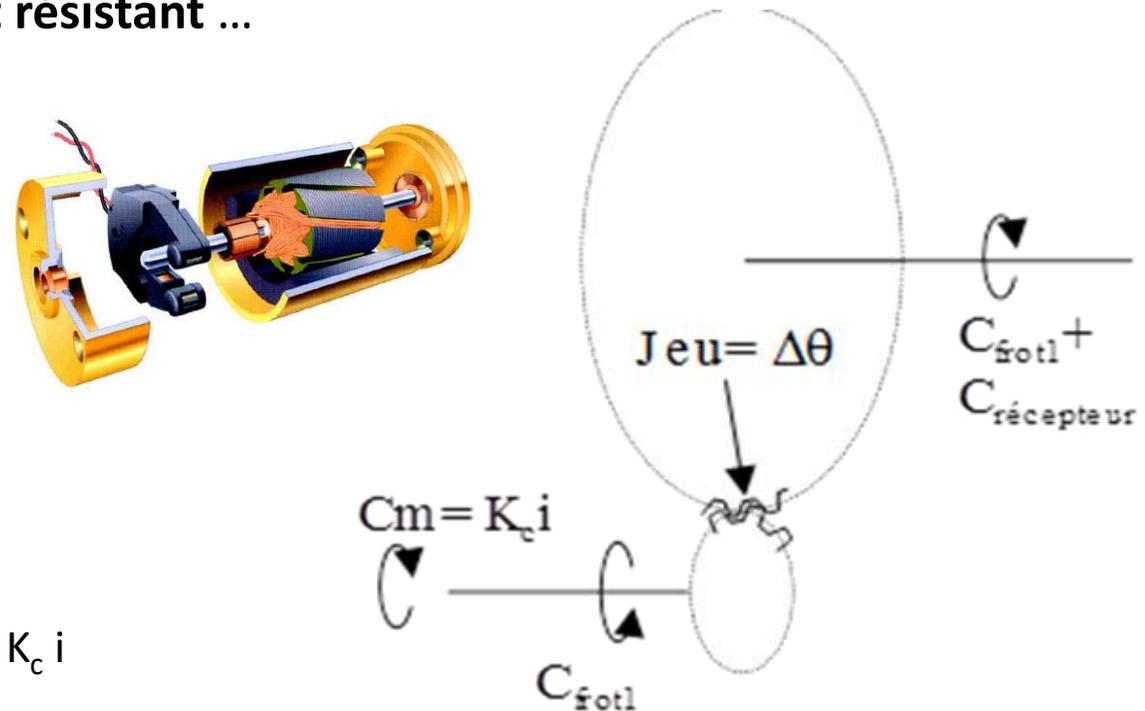
Charge sur l'arbre récepteur : $C_{\text{récepteur}}$

Equations du moteur :

$$U(t) = K_e \omega(t) + R i(t) + L \frac{d i(t)}{dt}$$

$$K_c i(t) - C_r(t) = J_{eq} \frac{d \omega(t)}{dt} + f \omega(t)$$

$$C_m = K_c i$$



Le retard

L'étude de ce retard

1- Vaincre les frottements :

Le moteur ne tourne pas tant que $C_m = K_c i < C_{\text{frot1}}$.

2- Vaincre les jeux :

L'arbre moteur tourne seul jusqu'à ce que le jeu $\Delta\theta$ soit parcouru

3- Nouvelle perturbation :

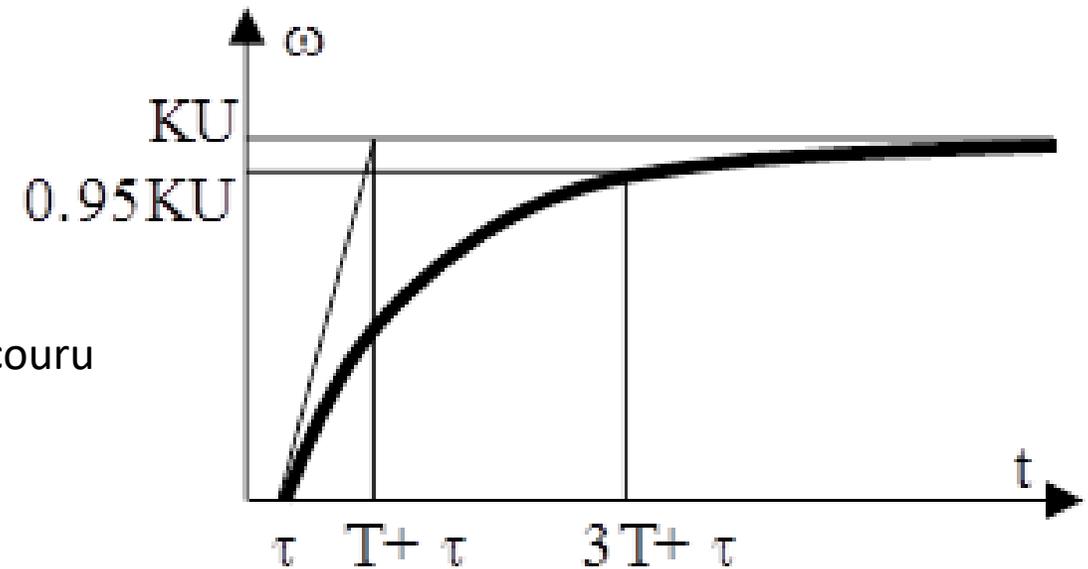
$C_{\text{frot1}} + C_{\text{récepteur}}$ + inertie rapportée à l'arbre moteur

Réponse au démarrage \rightarrow premier ordre avec retard :

$$H(p) = \frac{K e^{-\tau p}}{1 + Tp}$$

Réponse fréquentielle en BO \rightarrow Superposition :

$$H_1(p) = \frac{K}{1 + TP} \text{ et } H_2(p) = e^{-\tau p}$$



Le retard

L'étude de ce retard

Gain et la phase de $H_2(p)$: $GdB = 20 \log |e^{-j\tau\omega}|$ et $\phi = \text{Arg}(e^{-j\tau\omega})$

$$GdB = 0 \text{ et } \phi = -\tau\omega$$

Retard → ~~modifie~~ → gain de l'ensemble

Retard → ajoute un déphasage croissant linéairement avec la pulsation

Le retard

L'étude de ce retard

Cas où $T = 10 \tau$

Diagramme de gain \rightarrow inchangé

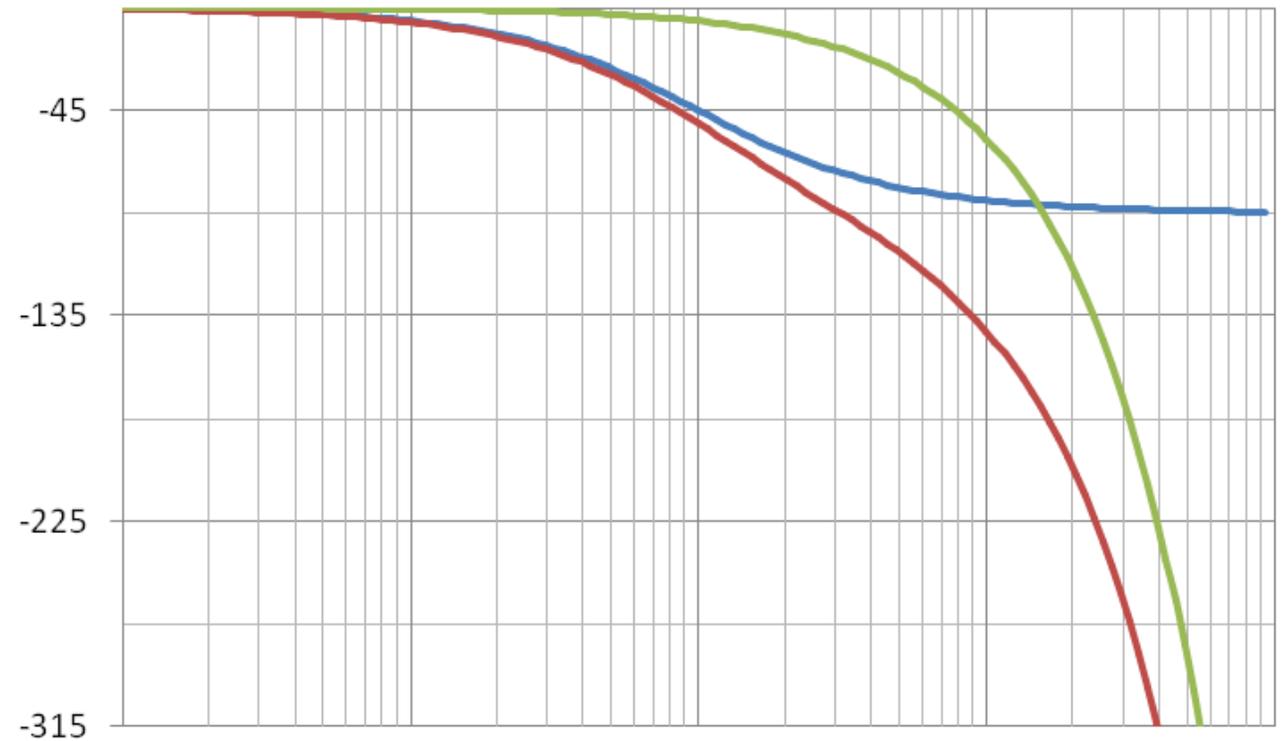
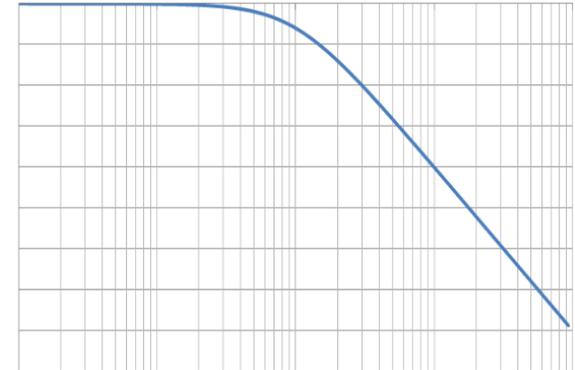
Premier ordre

Retard

Somme

Phase descend bien au-dessous de -180°

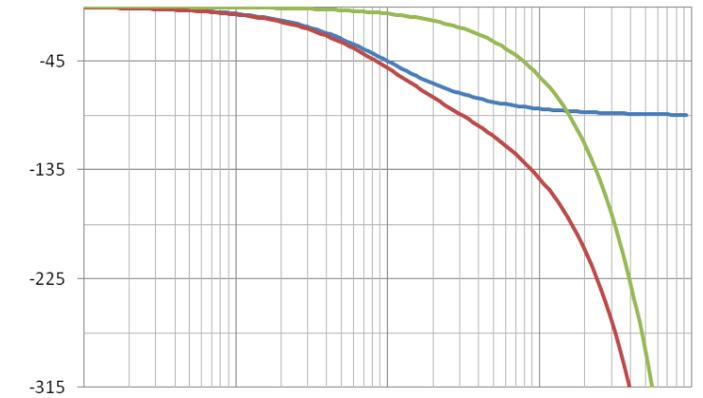
Système du 1^{er} ordre (**stable**) devient **instable** avec un retard ($\varphi < -180^\circ$)



Le retard

L'étude de ce retard

Systeme du 1^{er} ordre (**stable**) devient **instable** avec un retard ($\varphi < -180^\circ$)



Si le retard est représenté par un jeu entre les roues dentées 1 et 2 :

Si l'on effectue des aller-retours très faibles de la roue dentée 1, à cause du retard, la roue dentée 1 ne touchera pas la roue dentée 2
→ le système ne marche pas au final !

